

Wykład VI

Koncentracja elektronów i dziur w półprzewodnikach

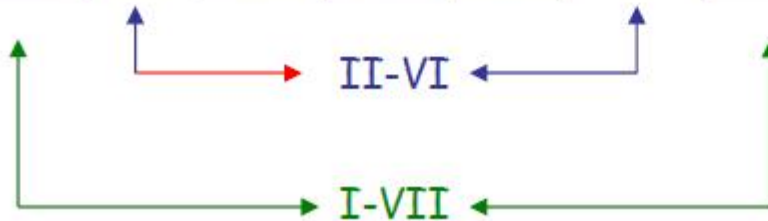
Półprzewodniki

						VIIIA	
		III-V				2 He 4.003	
		IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	10 Ne 20.183
		5 B 10.811	6 C 12.011	7 N 14.007	8 O 15.999	9 F 18.998	18 Ar 39.948
IB	IIB	13 Al 26.982	14 Si 28.086	15 P 30.974	16 S 32.064	17 Cl 35.453	36 Kr 83.80
29 Cu 63.54	30 Zn 65.37	31 Ga 69.72	32 Ge 72.59	33 As 74.922	34 Se 78.96	35 Br 79.909	54 Xe 131.30
47 Ag 107.870	48 Cd 112.40	49 In 114.82	50 Sn 118.69	51 Sb 121.75	52 Te 127.60	53 I 126.904	86 Rn (222)
79 Au 196.967	80 Hg 200.59	81 Tl 204.37	82 Pb 207.19	83 Bi 208.980	84 Po (210)	85 At (210)	

Grupa III-V

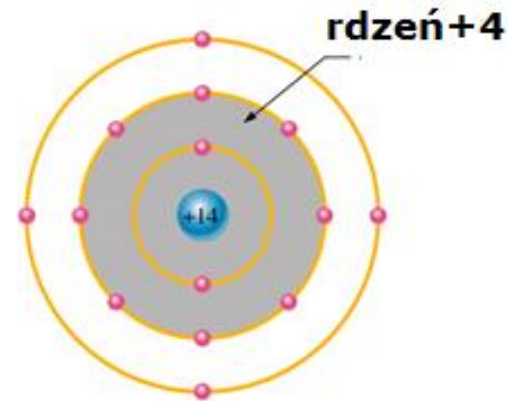
Grupa II-VI

Grupa I-VII



Atom krzemu

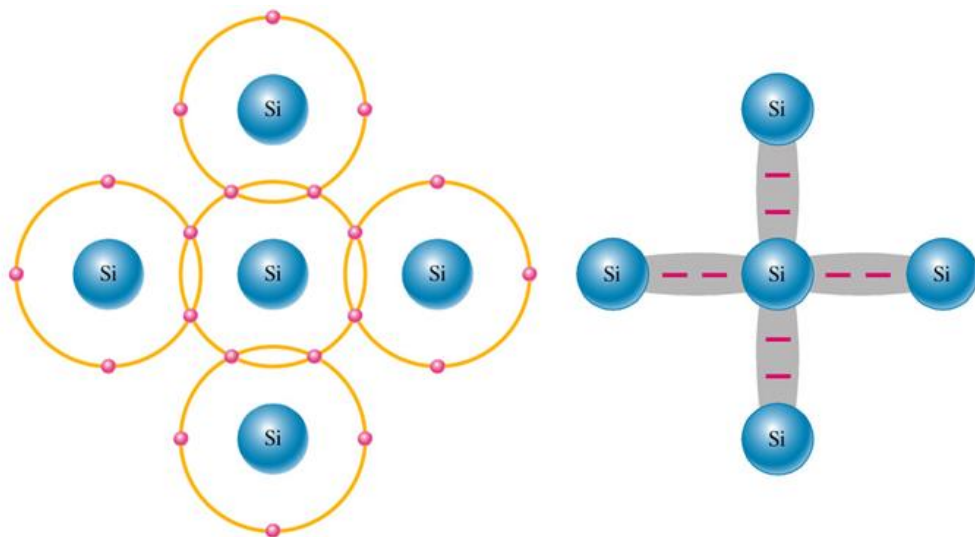
- 14 neutronów
- 14 protonów
- 10 elektronów na powłokach wewnętrznych (rdzeń)
- 4 elektrony walencyjne



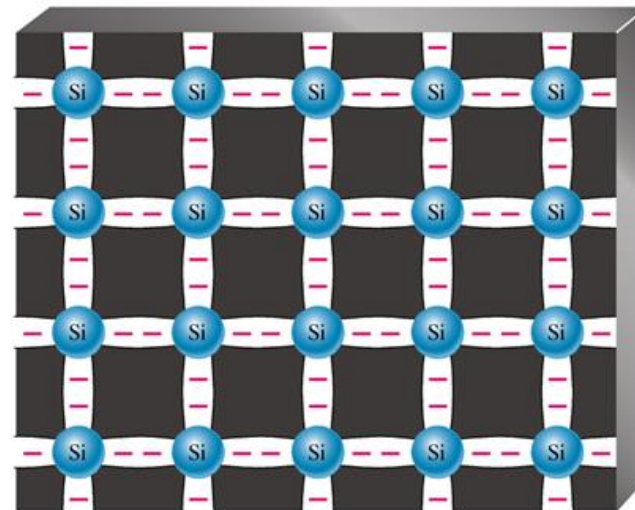
Si – liczba atomowa $Z = 14$

- konfiguracja elektronowa $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$
- zamknięte powłoki K i L : $Ne (Z = 10) (1s^2 2s^2 2p^6)$
- 4 walencyjne elektrony na podpowłoce M: 2 elektrony w stanie $3s^2$ i 2 elektrony w stanie $3p^2$
- razem $[Ne] 3s^2 3p^2$

Wiązanie kowalencyjne w Si – wspólne elektrony walencyjne



Atom środkowy dzieli się swoim elektronem z każdym z czterech sąsiednich atomów, tworząc wiązanie kowalencyjne. Te z kolei, dzielą się swoimi elektronami z sąsiadami.



Wiązanie kowalencyjne w kryształie krzemu. Minusy reprezentują wspólne elektrony walencyjne

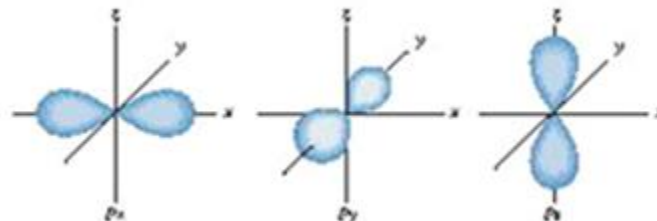
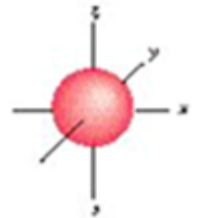
Orbitale S i P w atomie Si

Z rozw. równania Schrodingera dla atomu Si otrzymuje się radialną i kątową zależność funkcji falowej dla elektronu (tzw. orbitale).

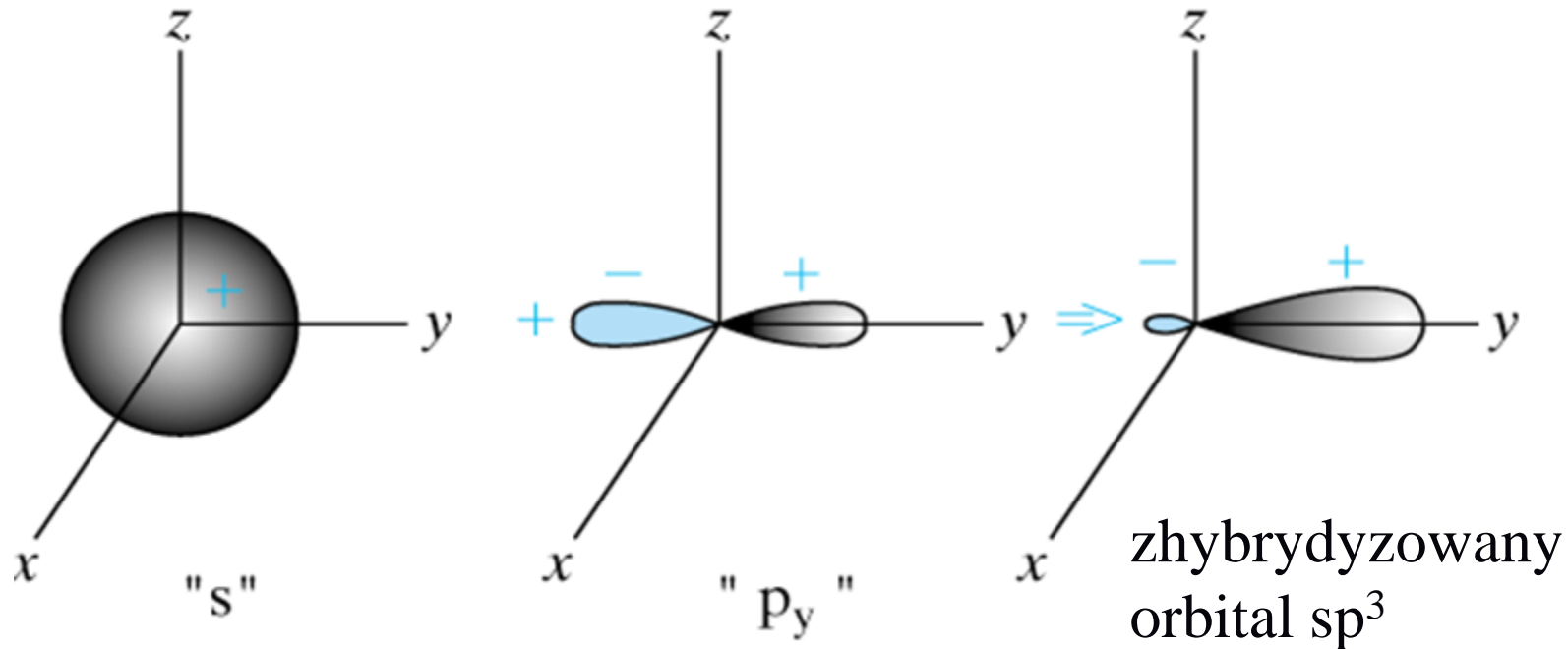
konfiguracja elektronowa $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$

Dla podpowłoki walencyjnej ($n=3$) z dwoma elektronami w stanie $3s$ i dwoma w stanie $3p$:

- jest dodatni orbital $3s$ sferycznie symetryczny. Orbital ten może zgodnie z zasadą Pauliego pomieścić 2 elektrony o przeciwnych spinach
- są 3 orbitale $3p$ (p_x, p_y, p_z) wzajemnie prostopadłe o kształcie maczugi z dodatnią i ujemną częścią. Podpowłoka $3p$ może pomieścić 6 elektronów, ale w Si są tylko 2 elektrony.



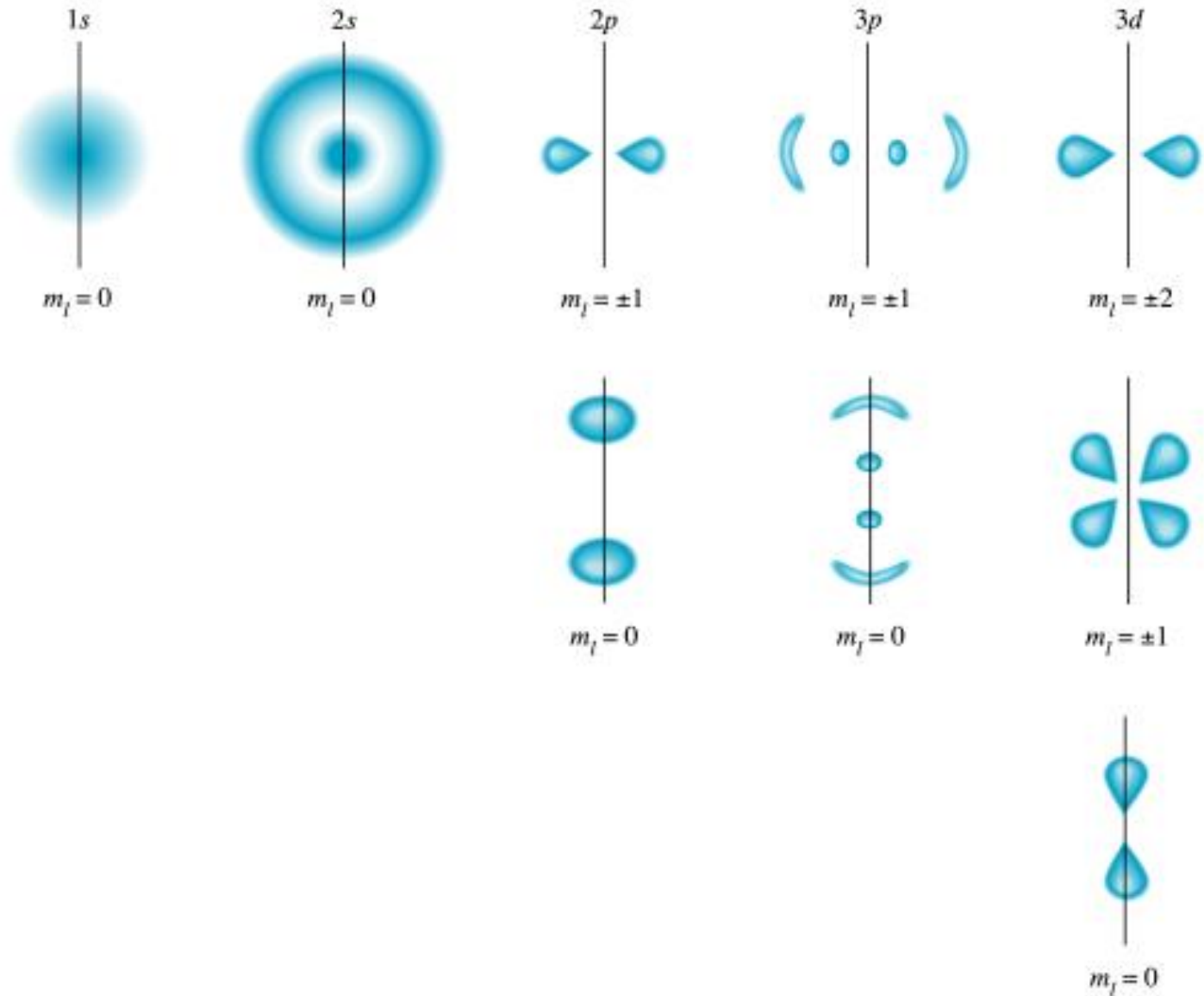
SP³ hybrydyzacja orbitalu w sieci Si



Orbitale w izolowanym atomie Si i hybrydyzacja w sieci krystalicznej Si

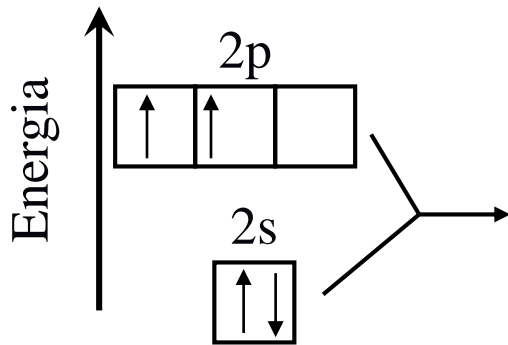
Kiedy atomy Si zbliżają się do siebie, orbitale s i p przekrywają się – tracą swój izolowany charakter prowadząc do 4 mieszanych orbitali sp^3 → tworzy się tetragonalna komórka prymitywna typu struktury diamentu i blendy cynkowej, typowa dla większości półprzewodników.

Kwadrat modułu funkcji falowej - orbitale



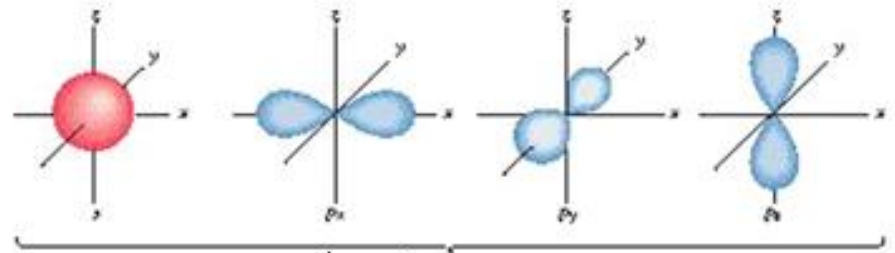
Wiązanie kowalencyjne

Izolowany atom C:
1 orbital s
3 orbitale p

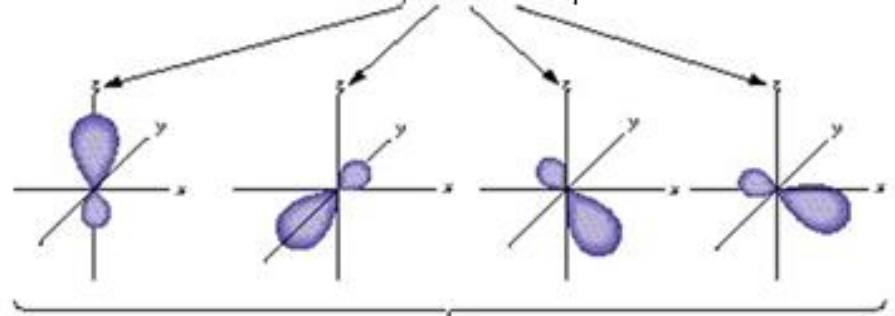


Hybrydyzacja sp^3

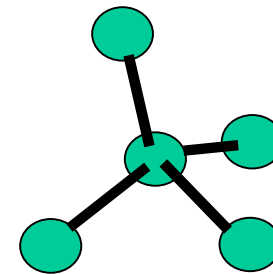
1 orbital s
3 orbitale $p = sp^3$



łącznie tworzą
cztery orbitale sp^3



reprezentowane w postaci
tetraedru



Koncepcja dziury

Twierdzenie Blocha

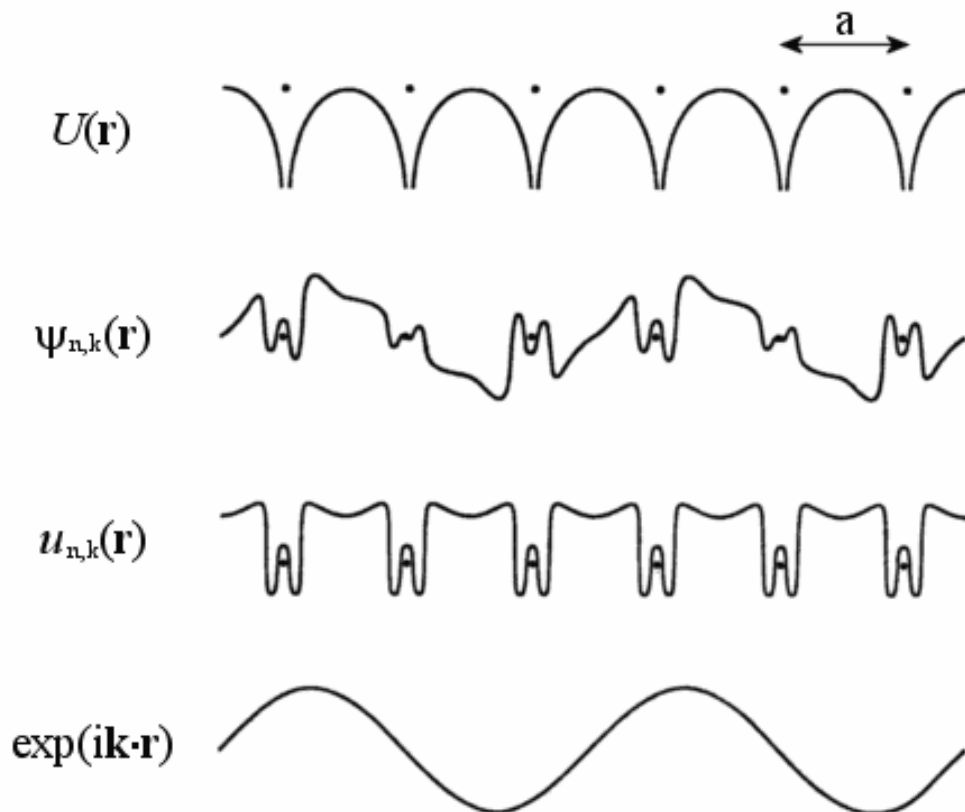
W kryształach funkcje falowe będące rozwiązaniem równania Schrödingera z potencjałem periodycznym $U(\mathbf{r})$ są iloczynem zespolonej fali płaskiej

$e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})}$ (odpowiadającej swobodnemu elektronowi) i funkcji periodycznej $u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ (n – liczba całkowita, numeruje pasma).

$$\Psi_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r})$$

Liczba falowa: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

\mathbf{k} - wektor falowy



Niejednoznaczność wektora \mathbf{k}

Funkcje Blocha posiadają dziwną własność: zarówno same funkcje Ψ jak i odpowiadające im wartości własne energii E obliczone dla \mathbf{k} oraz $\mathbf{k}+\mathbf{G}$ są identyczne:

$$\Psi_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \Psi_{n,\mathbf{k}+\mathbf{G}}(\mathbf{r}) \quad E_n(\mathbf{k}) = E_n(\mathbf{k} + \mathbf{G})$$

gdzie \mathbf{G} jest wektorem sieci odwrotnej:

$$\mathbf{G} = n_1 \mathbf{b}_1 + n_2 \mathbf{b}_2 + n_3 \mathbf{b}_3$$

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} \quad \mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3} \quad \mathbf{b}_3 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}$$

n_1, n_2 i n_3 – liczby całkowite, \mathbf{a}_i są wektorami podstawowymi sieci krystalicznej, \mathbf{b}_i są wektorami podstawowymi sieci odwrotnej.

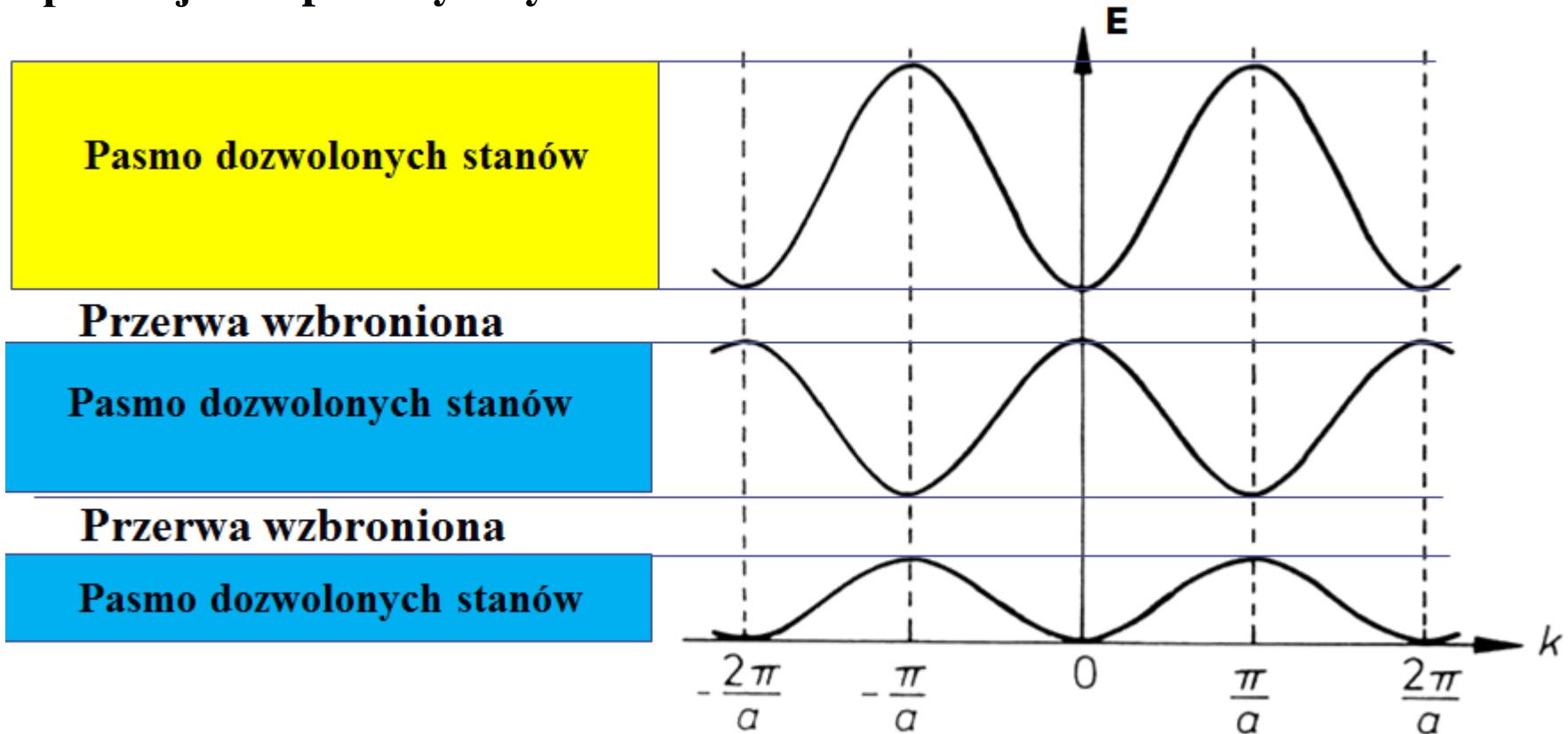
Węzły sieci odwrotnej są wyznaczone przez zbiór wektorów \mathbf{G}

Dla łańcucha monoatomowego $G = \frac{2\pi}{a}$, gdzie a – odległość między atomami.

Periodyczność $E(\mathbf{k})$

Z rozwiązania r. Schrödingera
z potencjałem periodycznym

$$E_n(\mathbf{k}) = E_n(\mathbf{k} + \mathbf{G})$$



Ze względu na tę periodyczność, wystarczy ograniczyć się do obszaru

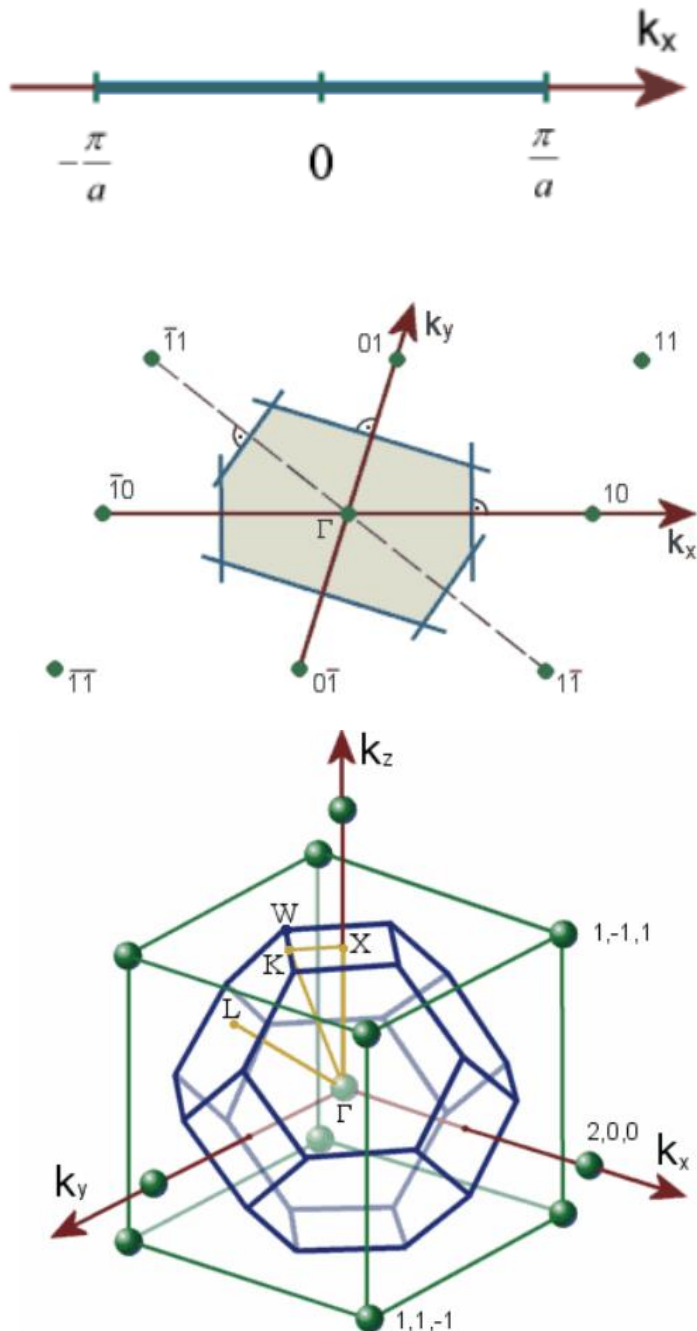
od $-\frac{\pi}{a}$ do $+\frac{\pi}{a}$, czyli do tzw. I-szej strefy Brillouina

I strefa Brillouina

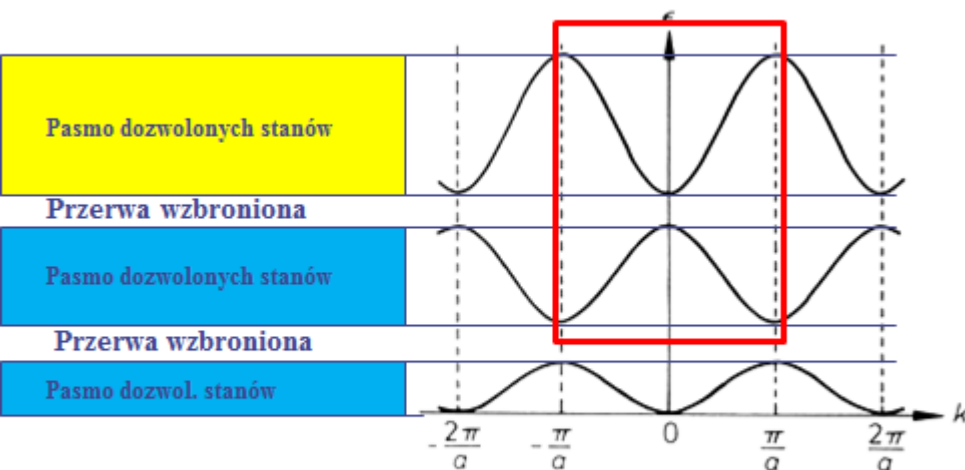
W przestrzeni jednowymiarowej (łańcuch monoatomowy) jest to odcinek od $-\frac{\pi}{a}$ do $+\frac{\pi}{a}$

W przestrzeni dwuwymiarowej dla sieci ukośnokątnej jest to obszar ograniczony symetralnymi odcinków łączących sąsiednie węzły sieci odwrotnej.

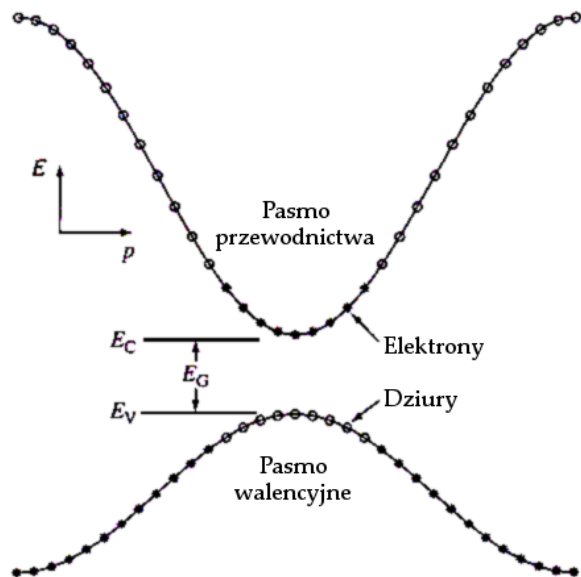
W kryształ trójwymiarowym dla sieci regularnej powierzchniowo centrowanej (fcc) ograniczające strefę ściany kwadratowe i sześciokątne pochodzą, odpowiednio, od punktów sieci odwrotnej typu $(2,0,0)$ i $(1,1,1)$.



$E(k)$ (relacja dyspersji)

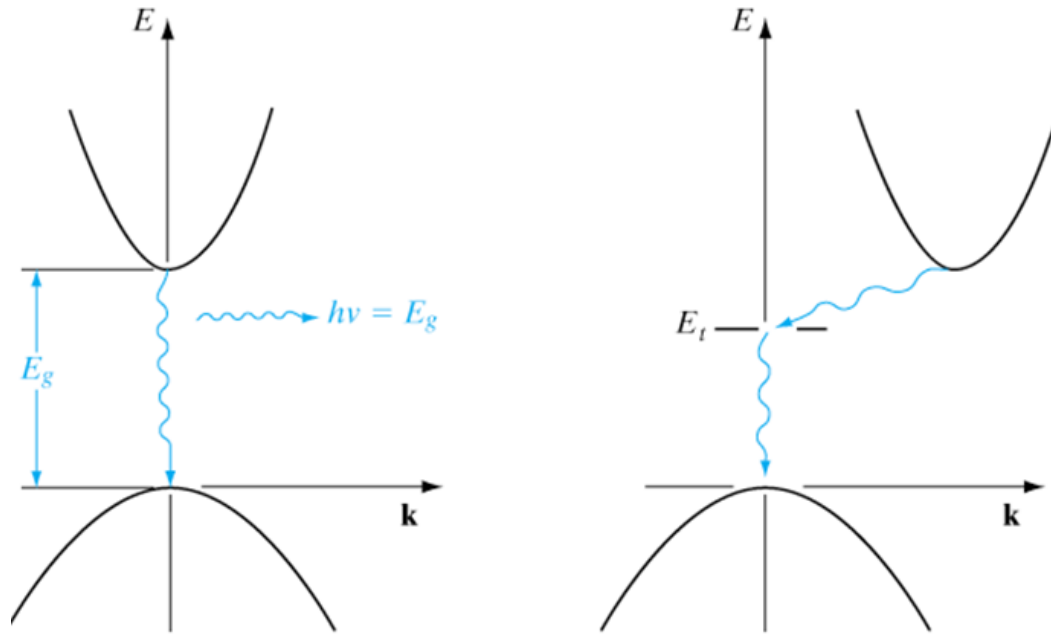


Jak wcześniej wspomniano, ze względu na periodyczność $E(k)$, wystarczy ograniczyć się do obszaru tzw. I-szej strefy Brillouina.



W większości półprzewodników pasmo przewodnictwa i pasmo walencyjne w pobliżu swoich krawędzi mają postać jak na rysunku obok. Z całej zależności $E(k)$ „wycinamy” obszar zaznaczony na górnym rys. na czerwono

Relacja dyspersji $E(k)$

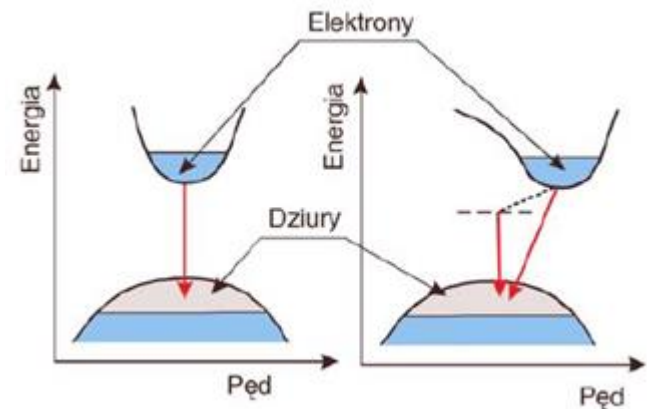


Prosta przerwa wzbroniona Skośna przerwa wzbroniona

Aby mogła nastąpić emisja lub absorpcja światła, muszą zostać spełnione zasady zachowania energii i pędu (w kryształach tj. pseudopęd). Pęd fotonu jest do pominięcia w stosunku do pędu elektronu. Dlatego emisja i absorpcja w półprzewodniku z prostą przerwą wzbronioną są dużo bardziej prawdopodobne niż w przypadku półprzewodnika ze skośną przerwą, gdzie w obydwu procesach musi wziąć udział trzecia cząstka – fonon. Inaczej nie zostanie spełniona zasada zachowania pędu.

Półprzewodniki – relacja dyspersji E(k)

Przerwy energetyczne, odpowiadające im długości fal oraz typ przejścia wybranych materiałów



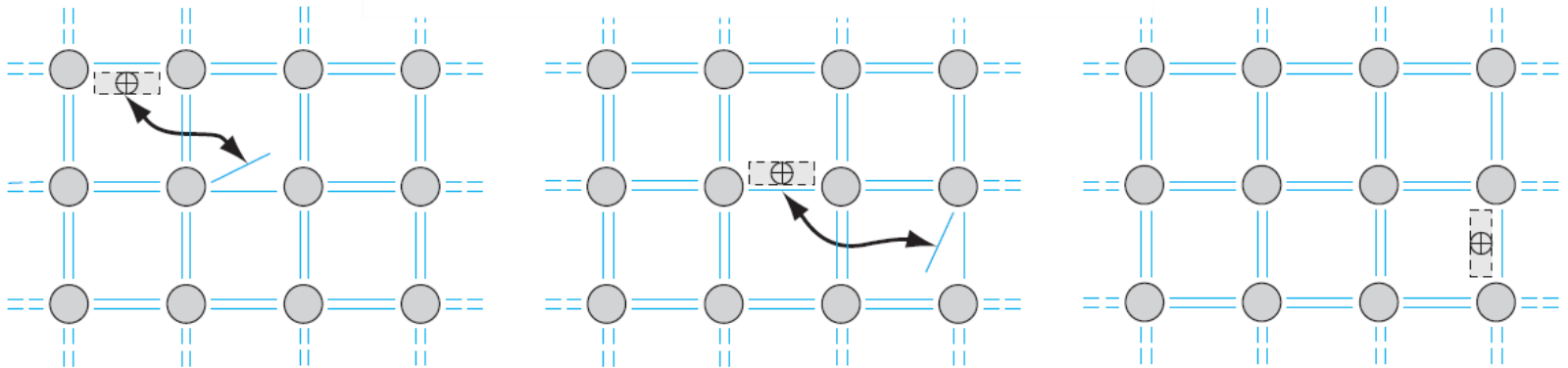
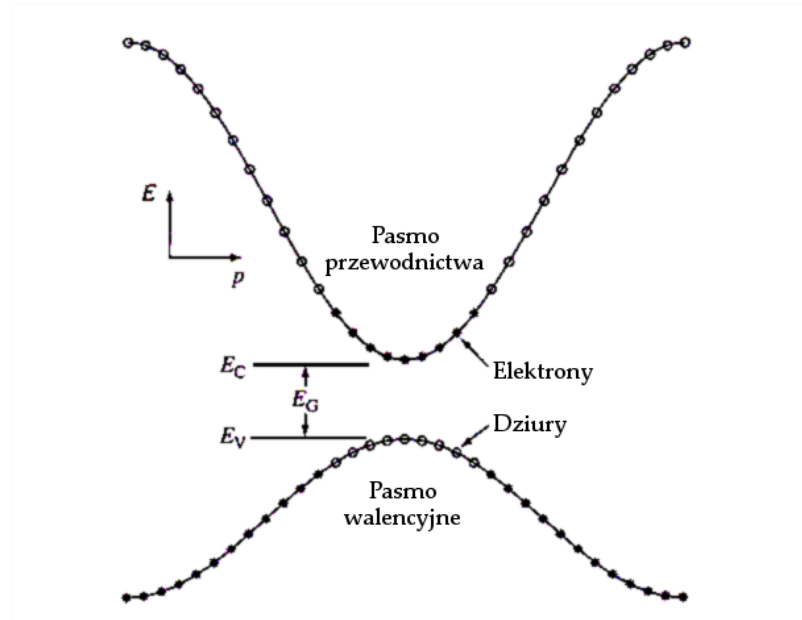
prosta

skośna

$$\lambda(\mu m) = \frac{1.24}{E(eV)}$$

Material	E_g (300K)[eV]	λ (μm) = ch/E_g	Typ
Diament	5.4	0.23	P
<i>Ge</i>	0.66	1.88	S
<i>Si</i>	1.12	1.10	S
<i>AlP</i>	2.45	0.52	S
<i>GaP</i>	2.26	0.55	S
<i>AlAs</i>	2.16	0.57	S
<i>AlSb</i>	1.58	0.75	S
<i>GaAs</i>	1.42	0.87	P
<i>InGaN</i>	2.0 – 6.2	0.37 – 0.52	P
<i>GaN</i>	3.39	0.405	P
<i>InP</i>	1.35	0.92	P
<i>InAs</i>	0.36	3.5	P
<i>InSb</i>	0.17	7.3	P
<i>AlGaAs</i>	1.4 – 1.55	0.8 – 0.9	P
<i>InGaAs</i>	0.95 – 1.24	1.0 – 1.3	P
<i>InGaAsP</i>	0.73 – 1.35	0.9 – 1.	P

Koncepcja dziury



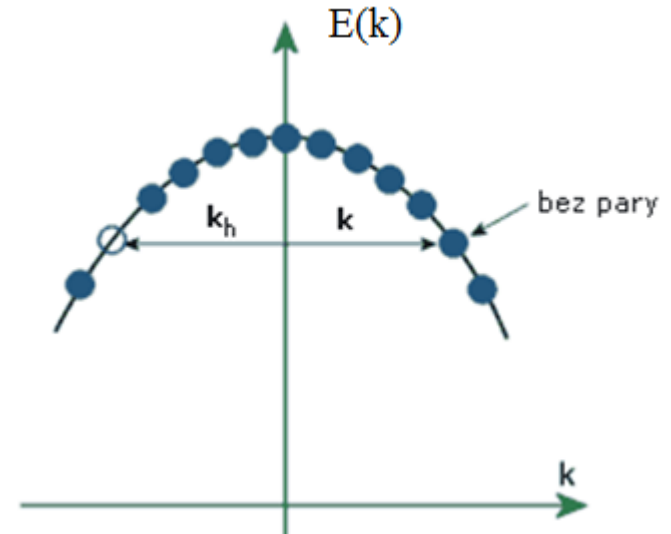
Koncepcja dziury

Elektron opisany funkcją Blocha jest naładowaną cząstką biegnącą przez kryształ. W obrazie klasycznym reprezentuje prąd elektryczny. W paśmie całkowicie wypełnionym każdemu elektronowi o wektorze falowym k /prędkości V_i) towarzyszy elektron z $-k$ /prędkością $-V_i$ i odpowiednie przyczynki do prądu znoszą się.

$$J = (-e) \sum_i^N \mathbf{V}_i = 0$$

Jeśli zabierzemy jeden elektron, to utworzymy dziurę, ale prąd będzie wówczas różny od zera:

$$J = \underbrace{(-e) \sum_i \mathbf{V}_i}_{=0} - (-e) \mathbf{V}_e = e \mathbf{V}_e$$



Taki sam prąd utworzymy jeśli do całkowicie wypełnionego pasma wprowadzimy dziurę o nieznanym ładunku q_h i nieznannej prędkości v_h

$$J = \underbrace{(-e) \sum_i \mathbf{V}_i}_{=0} + q_h \mathbf{V}_h = q_h \mathbf{V}_h$$

Pojęcie i właściwości dziury

$$J = \underbrace{(-e) \sum_i \mathbf{V}_i}_{=0} - (-e) \mathbf{V}_e = e \mathbf{V}_e$$

$$J = \underbrace{(-e) \sum_i \mathbf{V}_i}_{=0} + q_h \mathbf{V}_h = q_h \mathbf{V}_h$$



$$q_h = +e$$

$$\mathbf{V}_h = \mathbf{V}_e$$

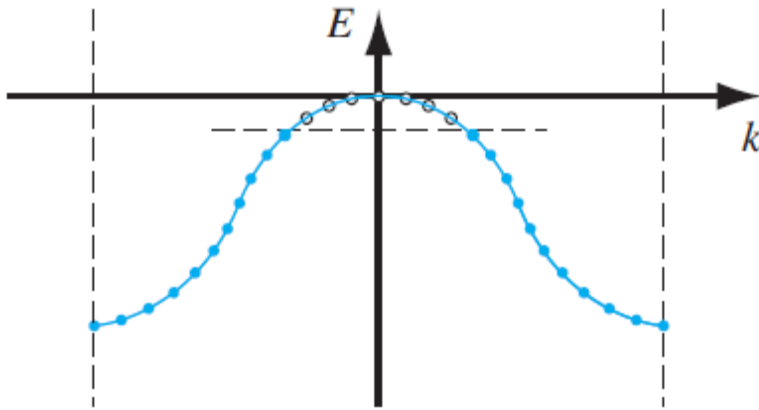
Przyspieszenie brakującego elektronu i dziury są takie same:

$$a_e = -\frac{eE}{m_e^*} = \frac{eE}{m_h^*} = a_h$$

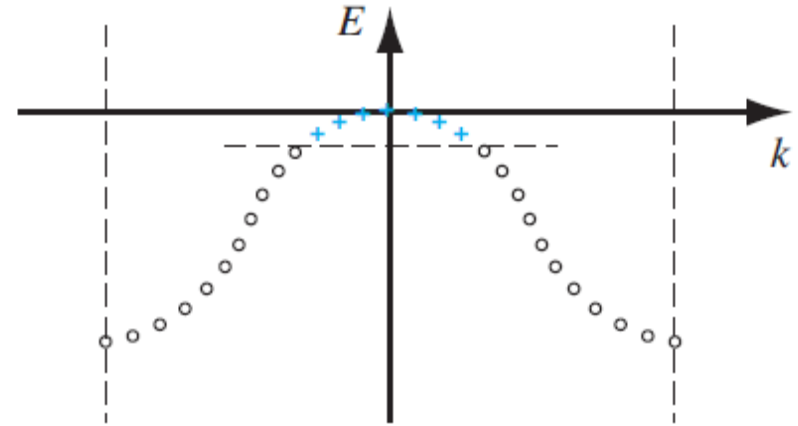


$$m_h^* = -m_e^*$$

Pojęcie i właściwości dziury



Pasmo walencyjne obsadzone elektronami (niebieskie punkty) i nieobsadzone (czarne koła).



Pasmo walencyjne obsadzone dziurami zajmującymi stany nieobsadzone elektronami.

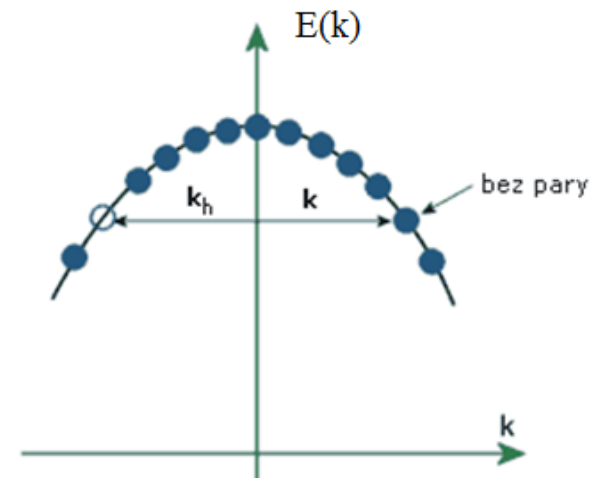
Masa efektywna

Dla elektronu swobodnego:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m} \quad \frac{d^2 E}{dk^2} = \frac{\hbar^2}{m} \quad m = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$$

Dla elektronu w sieci krystalicznej:

$$m_e^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$$



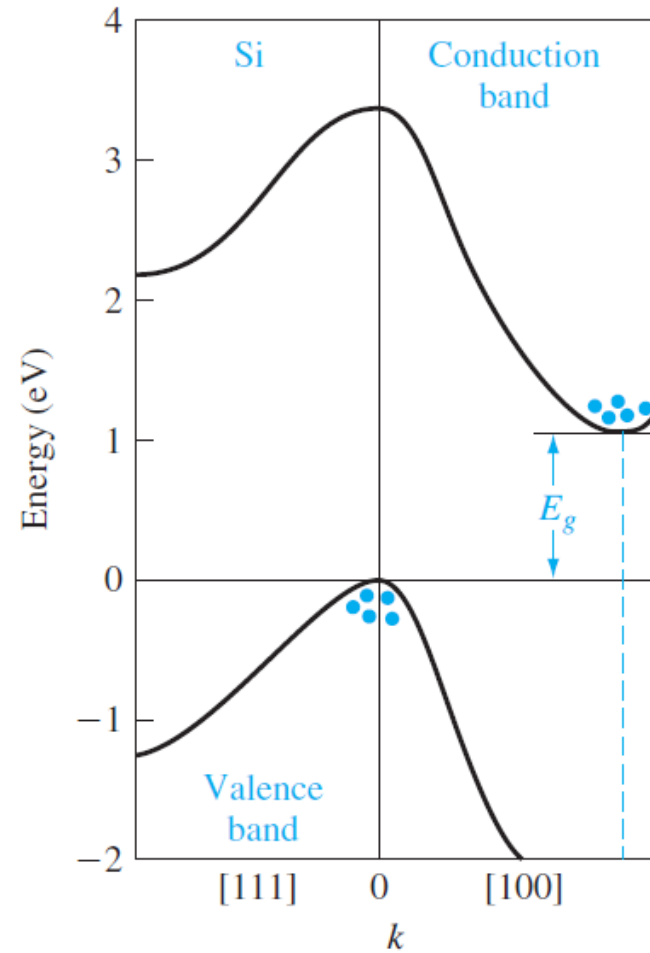
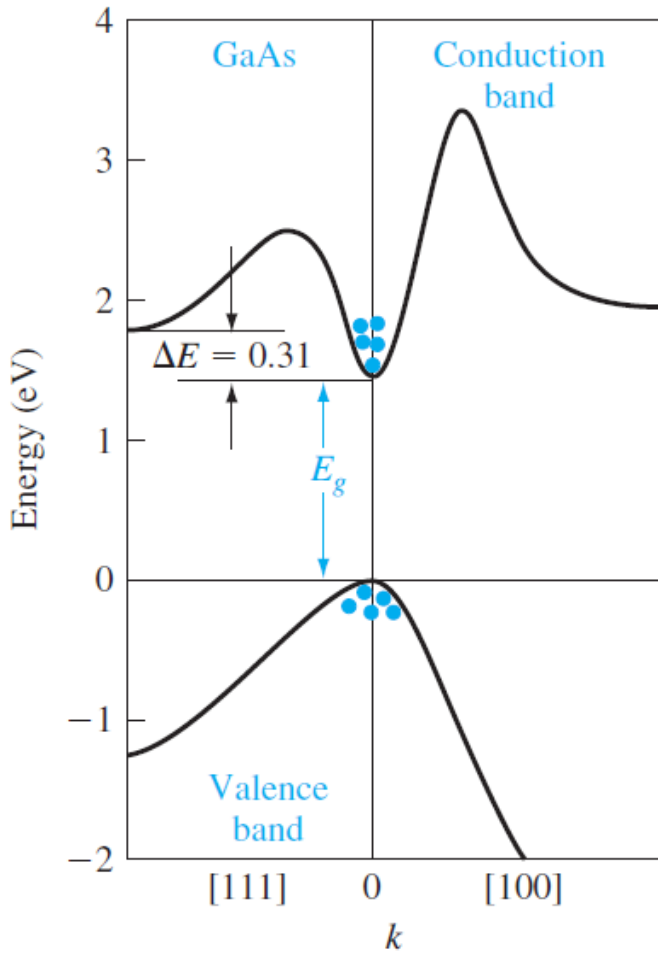
**Dla dziury w sieci krystalicznej
(w pasmie walencyjnym):**

$$E_h = -E_e$$

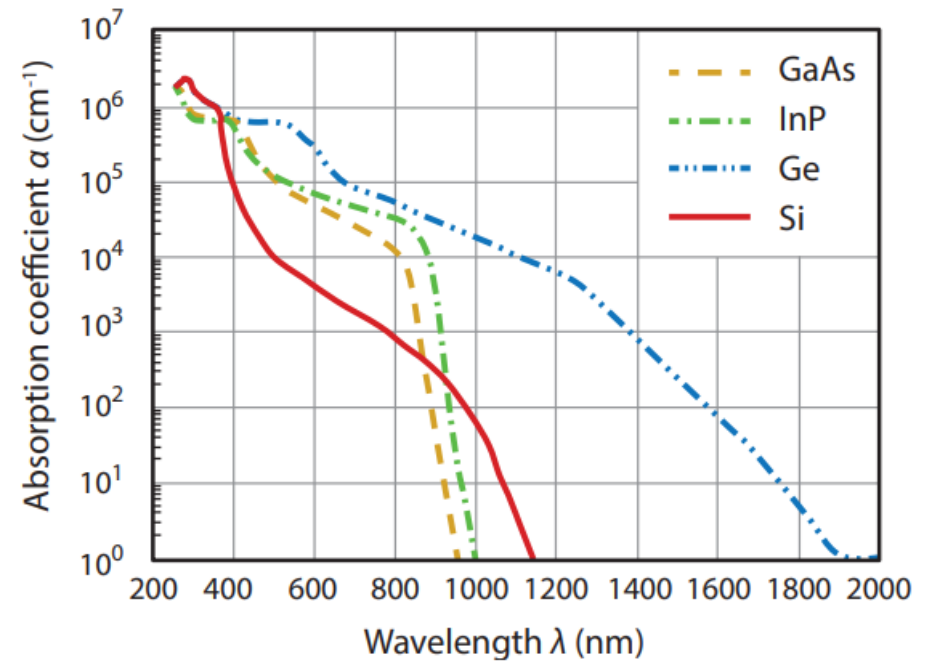
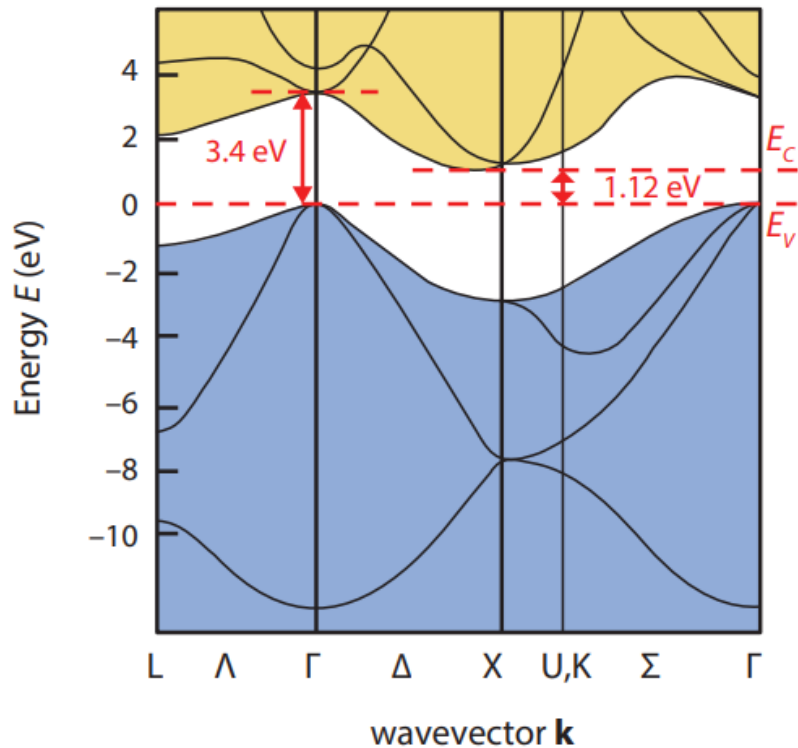
$$m_h^* = -m_e^*$$

$$\mathbf{k}_h = -\mathbf{k}_e$$

Relacja dyspersji i masa efektywna



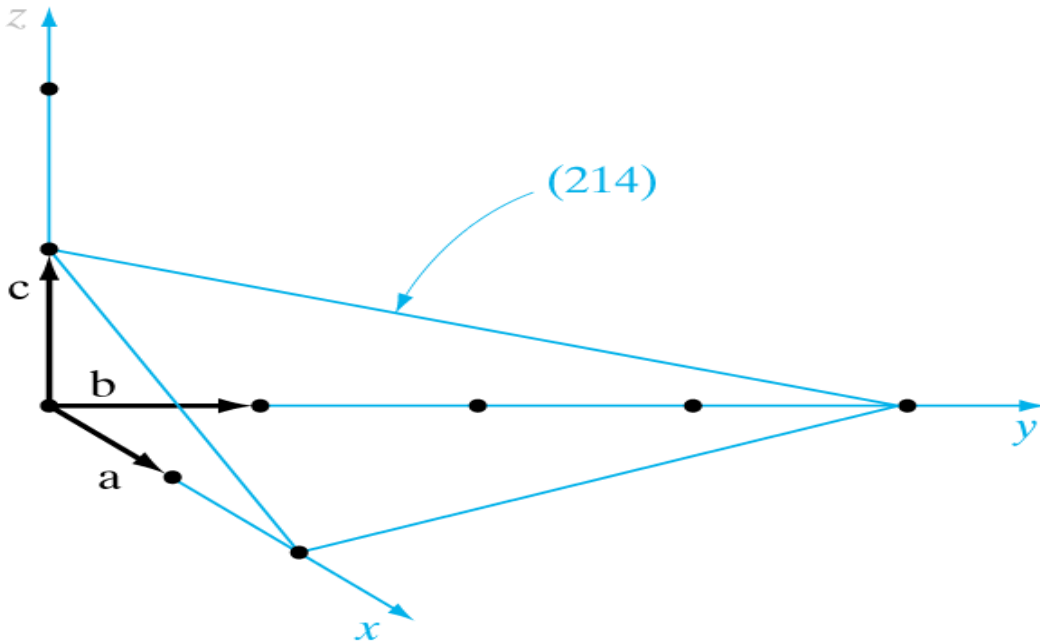
Relacja $E(k)$ i współczynnik absorpcji dla Si



Plaszczyzny i kierunki sieciowe

- Wskaźniki Millera h, k, l płaszczyzn sieciowych

1. Znajdujemy przecięcia płaszczyzny z osiami i wyrażamy je jako iloczyny liczb całkowitych przez wektory bazowe.
2. Liczymy odwrotności tych liczb całkowitych i mnożymy przez najmniejszą wspólną wielokrotność. Otrzymane 3 liczby to wskaźniki $(h k l)$.



Przykład:

przecięcia: 2, 4, 1

odwrotności: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 1

Najmniejsza wspólna wielokrotność: 4

Mnożymy każdy ułamek przez tę wielokrotność: 2, 1, 4

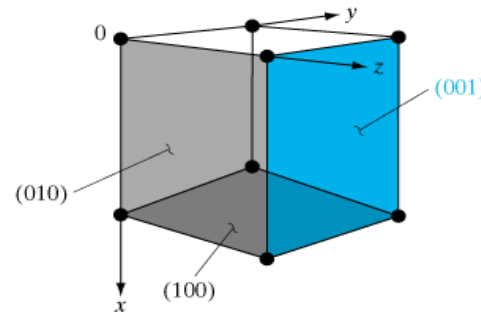
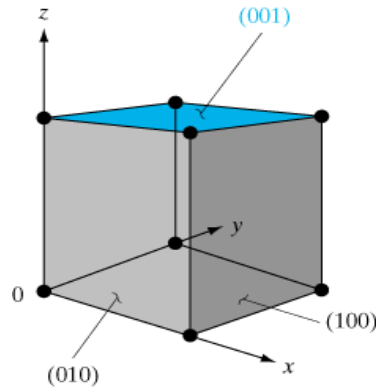
Wskaźniki (hkl) płaszczyzny:
 (214)

- **Biorąc odwrotności przecięć unika się nieskończoności w notacji**

(Np.) Przecięcie z osią płaszczyzny równoległej do osi jest równe nieskończoności; odwrotność – jest równa zero.

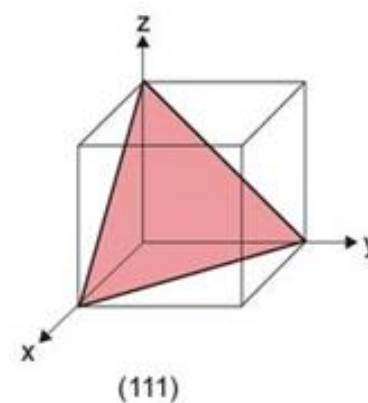
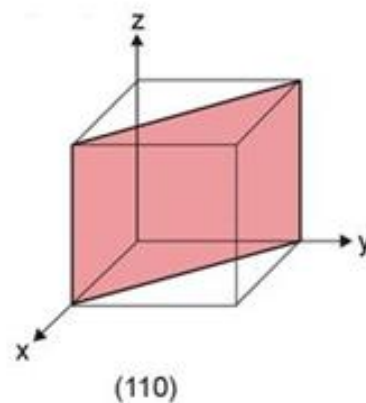
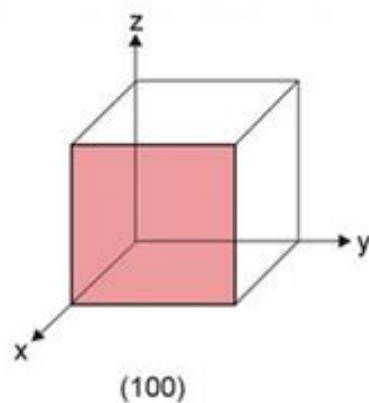
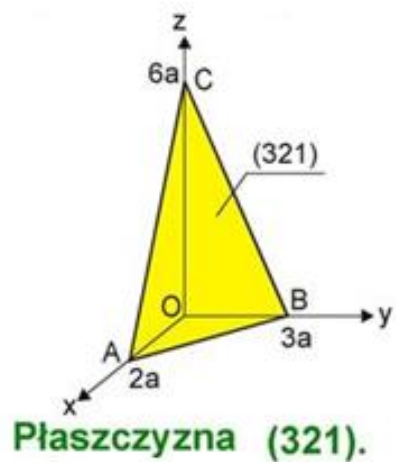
- Jeśli płaszczyzna przechodzi przez początek układu, można ją przesunąć równolegle aby znaleźć wskaźniki *Millera*.

- **Ujemne przecięcie** : znak minus przed wskaźnikiem Millera $\left(\begin{matrix} h & \bar{k} & l \end{matrix} \right)$



Równoważność płaszczyzn sieci regularnej (płaszczyzn {100}) uzyskanych przez rotację komórki elementarnej.

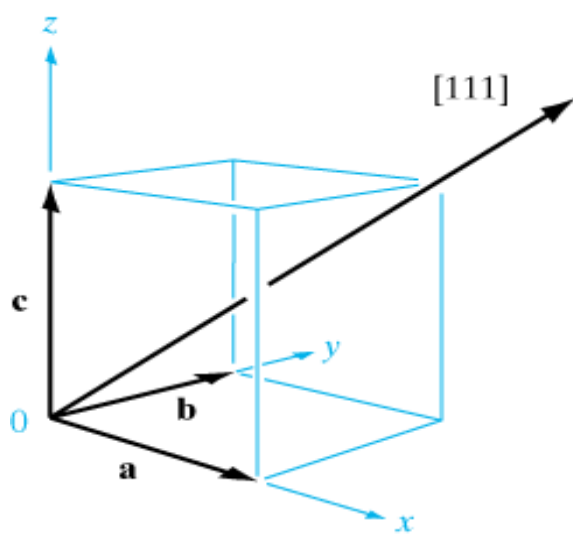
Plaszczyzny sieciowe (hkl)



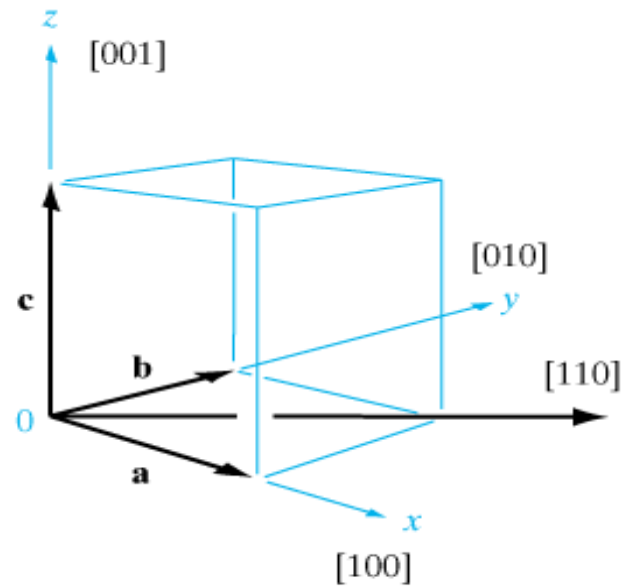
Przykłady symboli płaszczyzn sieciowych w sieci regularnej

Kierunki sieciowe

$[hkl]$: kwadratowe nawiasy – kierunek prostopadły do płaszczyzny (hkl)



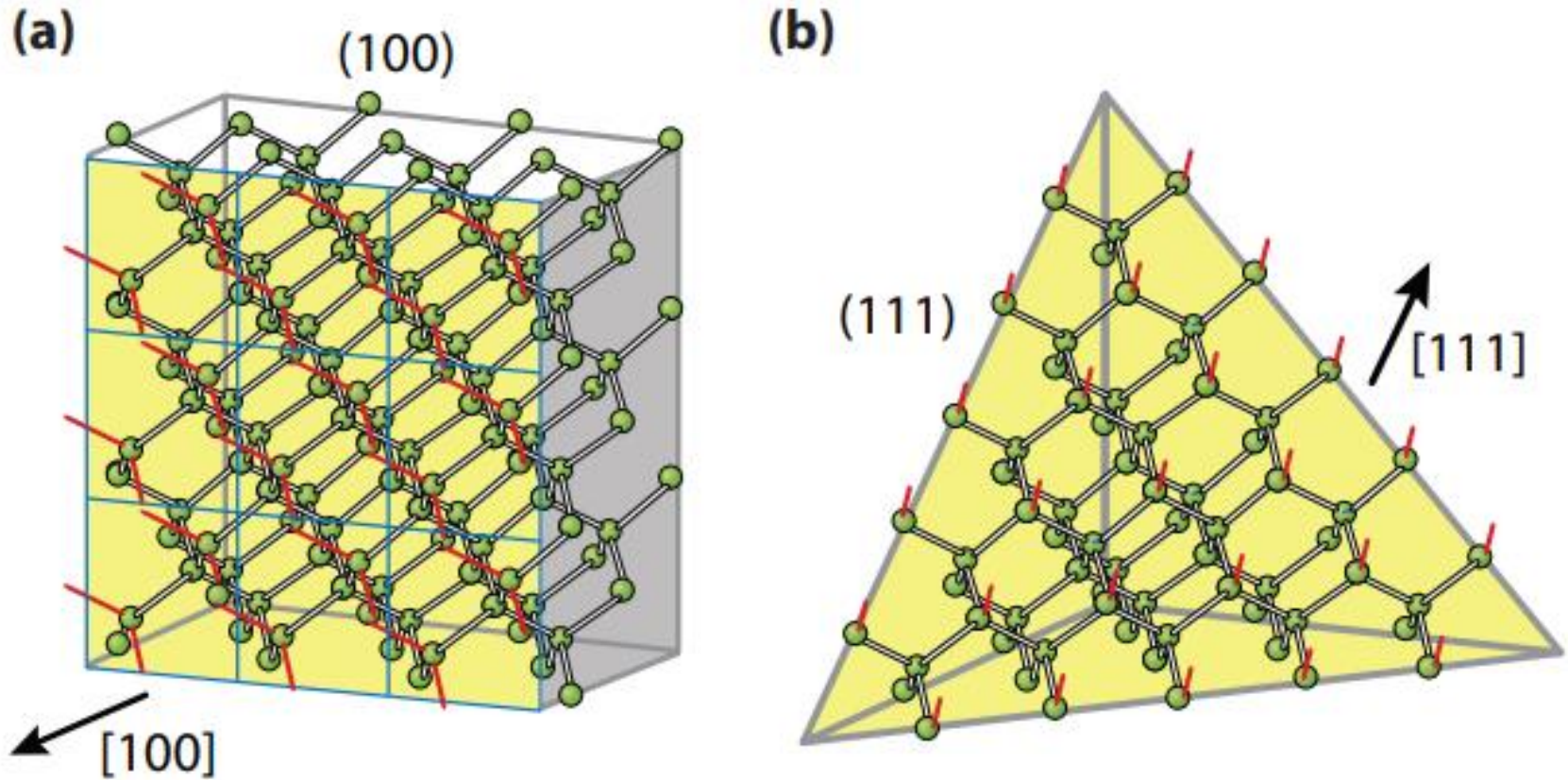
(a)



(b)

Kierunki dla sieci regularnej

Płaszczyzny krystalograficzne w Si



Na powierzchni (100) każdy atom Si ma dwa wiązania od tyłu i dwa walencyjne elektrony od przodu.

Na powierzchni (111) każdy atom Si ma trzy wiązania od tyłu i jeden elektron walencyjny w kierunku prostopadłym do płaszczyzny (111).

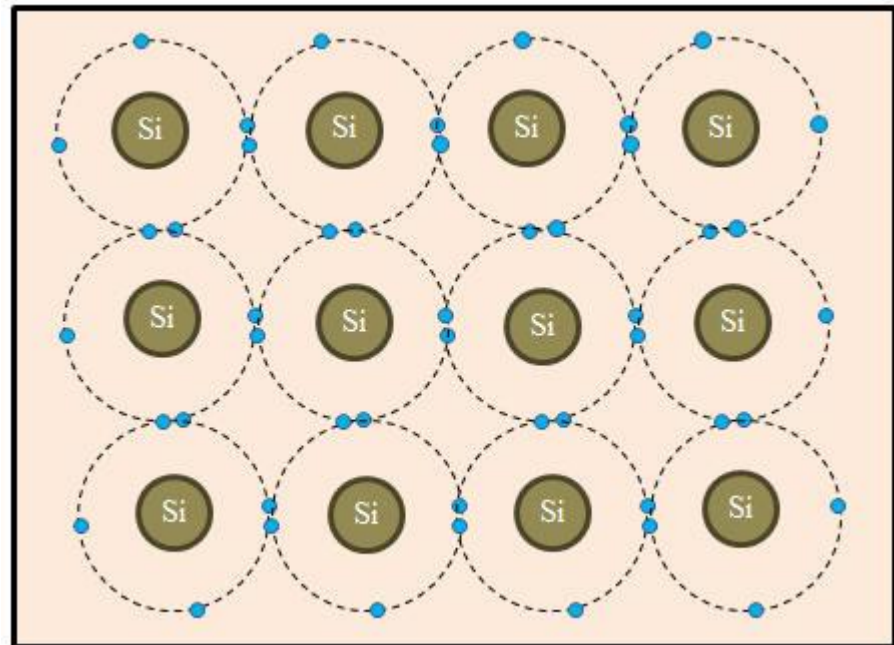
Półprzewodniki (Si, Ge, GaAs)

Konfiguracja elektronowa Si :

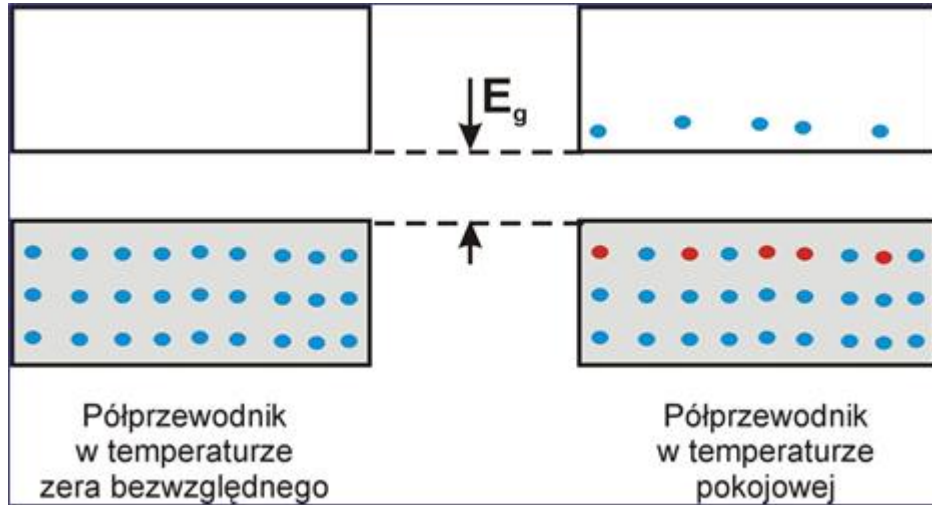


4 elektrony walencyjne

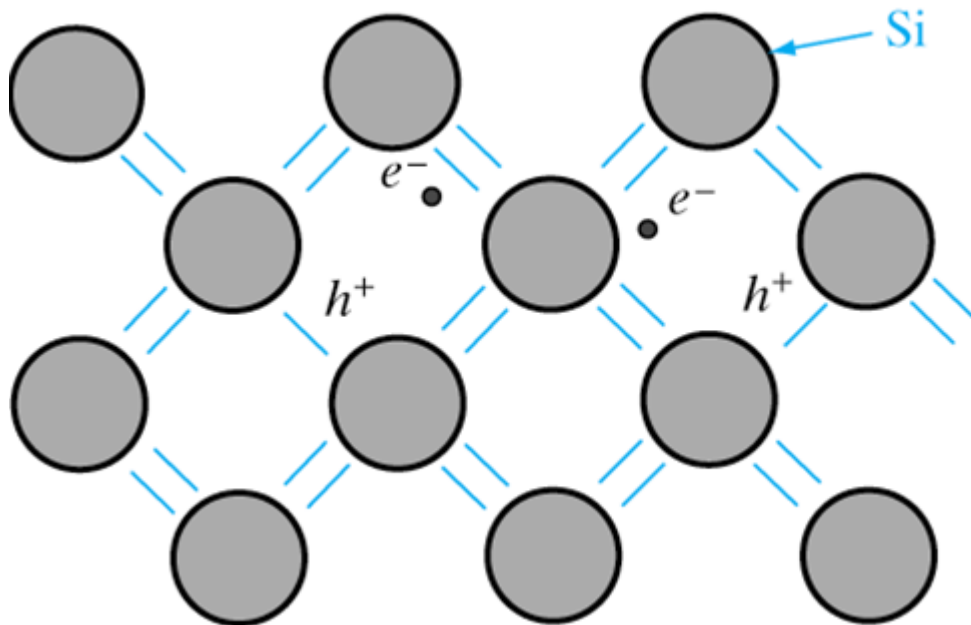
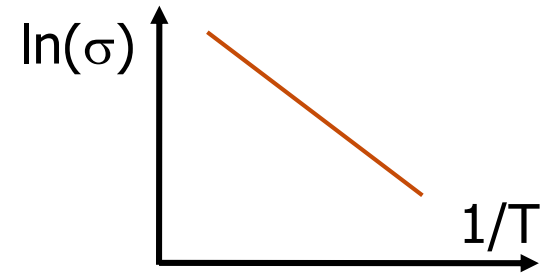
Półprzewodnik samoistny



Półprzewodnik samoistny



$$n_0 p_0 = n_i^2$$

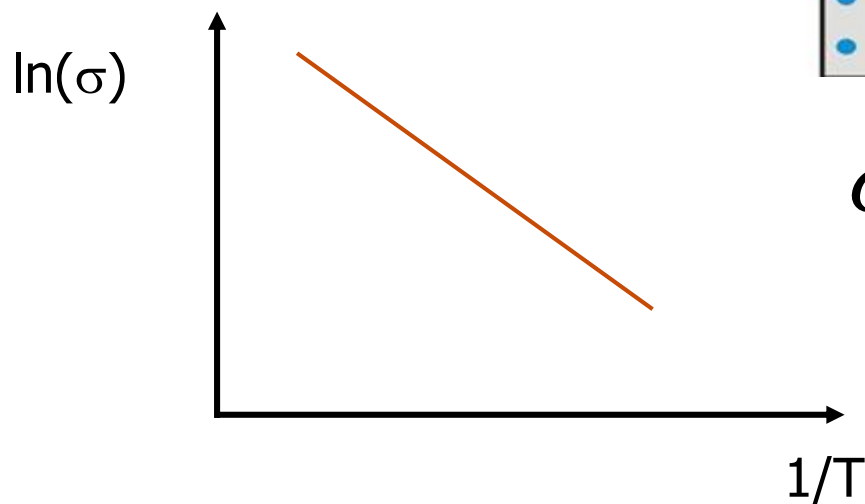
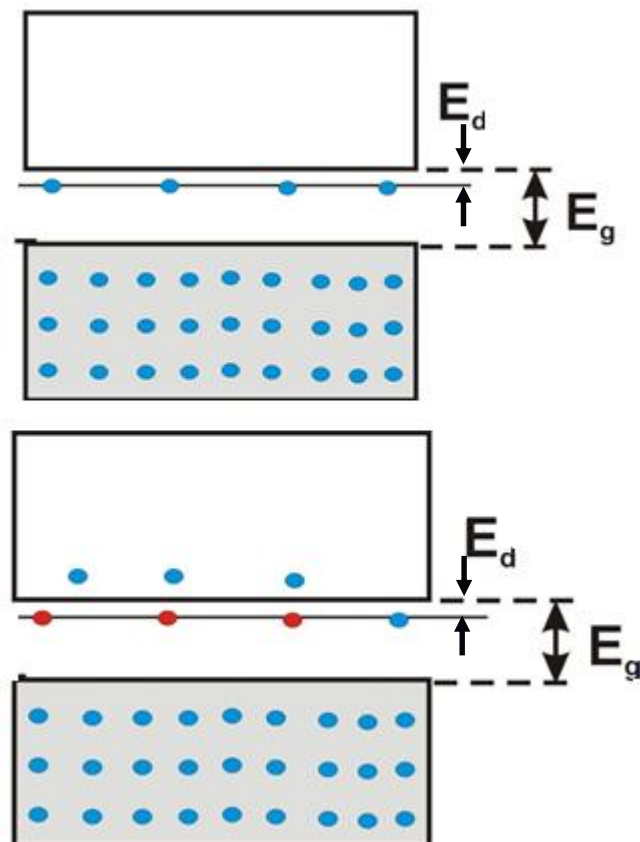
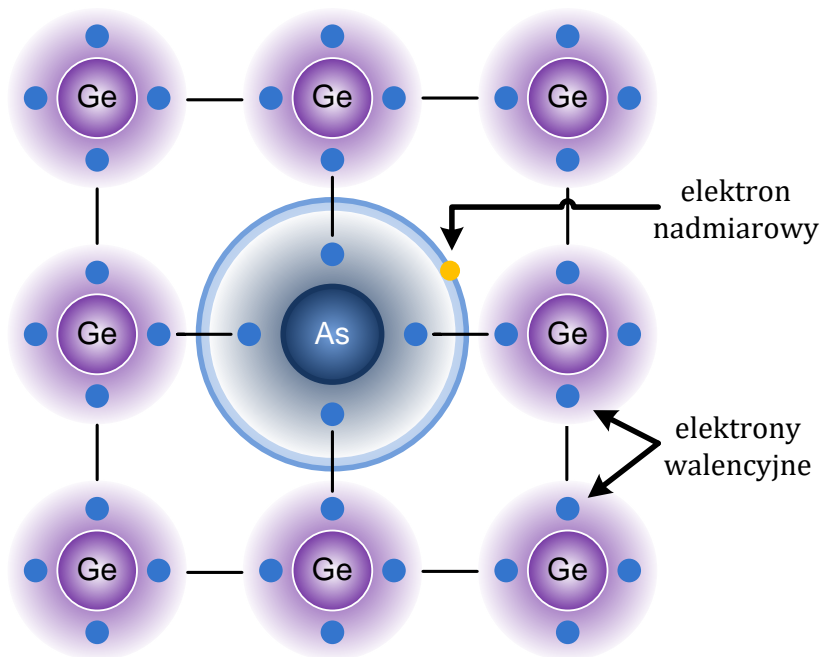


e^- : elektron

h^+ : dziura

$$\sigma_s = \sigma_{0s} e^{-E_g/2kT}$$

Półprzewodnik typu n



$$\sigma_d = \sigma_{0d} e^{-E_d / 2kT}$$

PERIODIC CHART OF THE ELEMENTS

IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIII	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	INERT GASES		
1 H 1.00797															1 H 1.00797	2 He 4.0026	
3 Li 6.939	4 Be 9.0122											5 B 10.811	6 C 12.0112	7 N 14.0067	8 O 15.9994	9 F 18.9984	10 Ne 20.183
11 Na 22.9898	12 Mg 24.312											13 Al 26.9815	14 Si 28.086	15 P 30.9738	16 S 32.064	17 Cl 35.453	18 Ar 39.948
19 K 39.102	20 Ca 40.08	21 Sc 44.956	22 Ti 47.90	23 V 50.942	24 Cr 51.996	25 Mn 54.9380	26 Fe 55.847	27 Co 58.9332	28 Ni 58.71	29 Cu 63.54	30 Zn 65.37	31 Ga 69.72	32 Ge 72.59	33 As 74.9216	34 Se 78.96	35 Br 79.909	36 Kr 83.80
37 Rb 85.47	38 Sr 87.62	39 Y 88.905	40 Zr 91.22	41 Nb 92.906	42 Mo 95.94	43 Tc (99)	44 Ru 101.07	45 Rh 102.905	46 Pd 106.4	47 Ag 107.870	48 Cd 112.40	49 In 114.82	50 Sn 118.69	51 Sb 121.75	52 Te 127.60	53 I 126.904	54 Xe 131.30
55 Cs 132.905	56 Ba 137.34	*57 La 138.91	72 Hf 178.49	73 Ta 180.948	74 W 183.85	75 Re 186.2	76 Os 190.2	77 Ir 192.2	78 Pt 195.09	79 Au 196.967	80 Hg 200.59	81 Tl 204.37	82 Pb 207.19	83 Bi 208.980	84 Po (210)	85 At (210)	86 Rn (222)
87 Fr (223)	88 Ra (226)	†89 Ac (227)	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg (266)	107 Bh (262)	108 Hs (265)	109 Mt (266)	110 ? (271)	111 ? (272)	112 ? (277)						

N-typu -donory

Numbers in parenthesis are mass numbers of most stable or most common isotope.

Atomic weights corrected to conform to the 1963 values of the Commission on Atomic Weights.

The group designations used here are the former Chemical Abstract Service numbers.

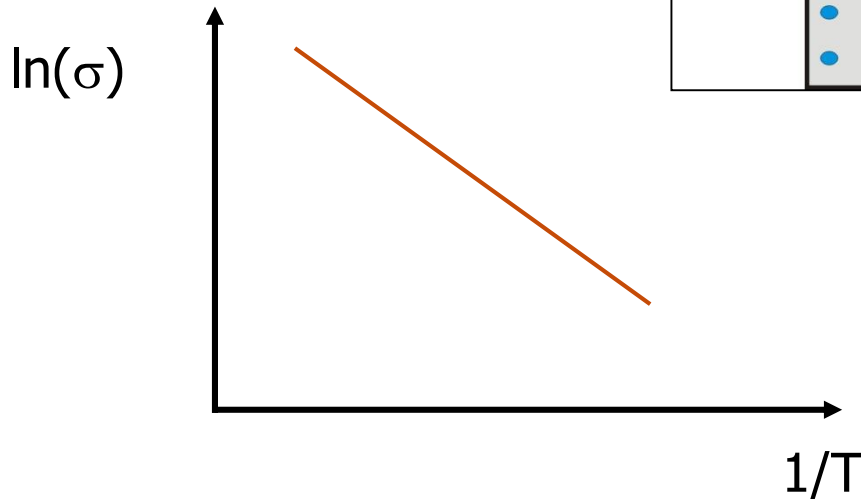
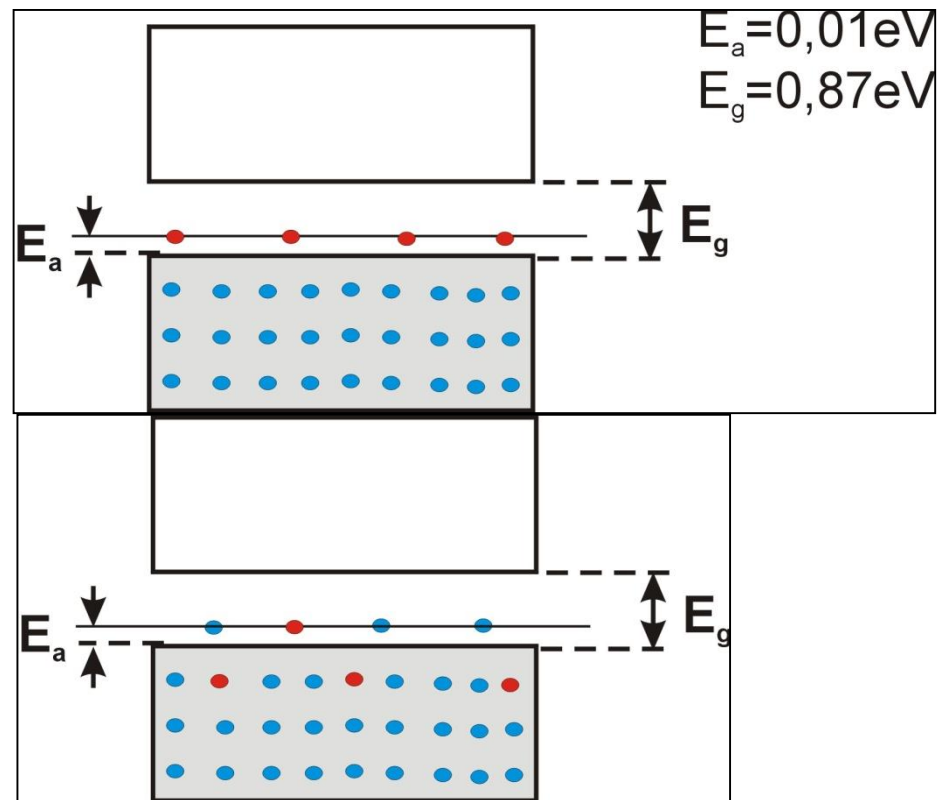
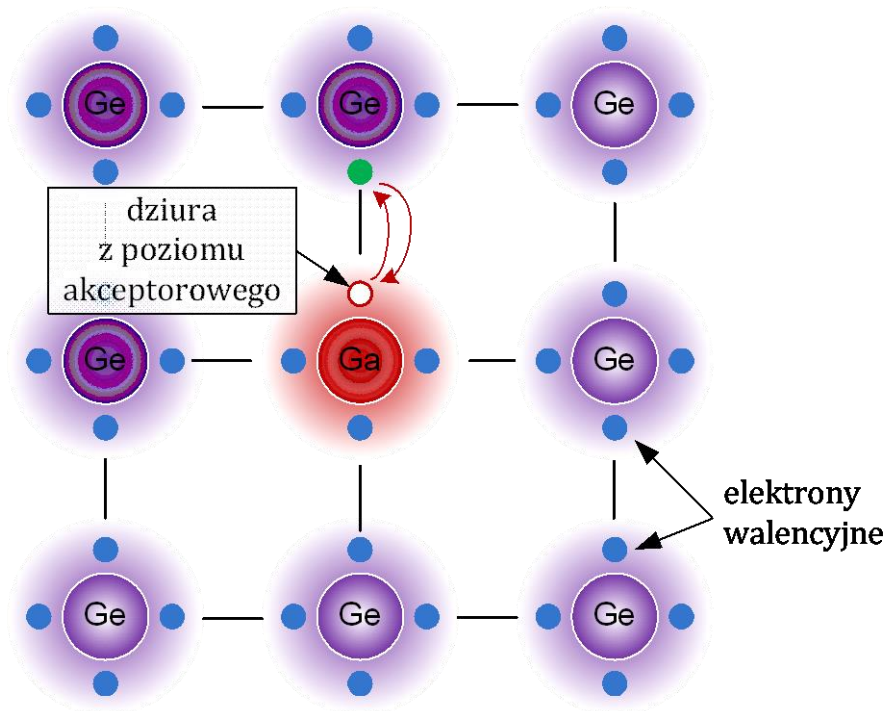
* Lanthanide Series

58 Ce 140.12	59 Pr 140.907	60 Nd 144.24	61 Pm (147)	62 Sm 150.35	63 Eu 151.96	64 Gd 157.25	65 Tb 158.924	66 Dy 162.50	67 Ho 164.930	68 Er 167.26	69 Tm 168.934	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97
---------------------------	----------------------------	---------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	----------------------------	---------------------------	----------------------------	---------------------------	----------------------------	---------------------------	---------------------------

† Actinide Series


90 Th 232.038	91 Pa (231)	92 U 238.03	93 Np (237)	94 Pu (242)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (249)	99 Es (254)	100 Fm (253)	101 Md (256)	102 No (256)	103 Lr (257)
----------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------

Półprzewodnik typu p



$$\sigma_d = \sigma_{0d} e^{-E_a/2kT}$$

PERIODIC CHART OF THE ELEMENTS

IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIIB	VIII	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA	INERT GASES	
1 H 1.00797															1 H 1.00797	2 He 4.0026	
3 Li 6.939	4 Be 9.0122											5 B 10.811	6 C 12.0112	7 N 14.0067	8 O 15.9994	9 F 18.9984	10 Ne 20.183
11 Na 22.9898	12 Mg 24.312											13 Al 26.9815	14 Si 28.086	15 P 30.9738	16 S 32.064	17 Cl 35.453	18 Ar 39.948
19 K 39.102	20 Ca 40.08	21 Sc 44.956	22 Ti 47.90	23 V 50.942	24 Cr 51.996	25 Mn 54.9380	26 Fe 55.847	27 Co 58.9332	28 Ni 58.71	29 Cu 63.54	30 Zn 65.37	31 Ga 69.72	32 Ge 72.59	33 As 74.9216	34 Se 78.96	35 Br 79.909	36 Kr 83.80
37 Rb 85.47	38 Sr 87.62	39 Y 88.905	40 Zr 91.22	41 Nb 92.906	42 Mo 95.94	43 Tc (99)	44 Ru 101.07	45 Rh 102.905	46 Pd 106.4	47 Ag 107.870	48 Cd 112.40	49 In 114.82	50 Sn 118.69	51 Sb 121.75	52 Te 127.60	53 I 126.904	54 Xe 131.30
55 Cs 132.905	56 Ba 137.34	*57 La 138.91	72 Hf 178.49	73 Ta 180.948	74 W 183.85	75 Re 186.2	76 Os 190.2	77 Ir 192.2	78 Pt 195.09	79 Au 196.967	80 Hg 200.59	81 Tl 204.37	82 Pb 207.19	83 Bi 208.980	84 Po (210)	85 At (210)	86 Rn (222)
87 Fr (223)	88 Ra (226)	†89 Ac (227)	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg (266)	107 Bh (262)	108 Hs (265)	109 Mt (266)	110 ? (271)	111 ? (272)	112 ? (277)						

Numbers in parenthesis are mass numbers of most stable or most common isotope.

Atomic weights corrected to conform to the 1963 values of the Commission on Atomic Weights.

The group designations used here are the former Chemical Abstract Service numbers.

* Lanthanide Series

58 Ce 140.12	59 Pr 140.907	60 Nd 144.24	61 Pm (147)	62 Sm 150.35	63 Eu 151.96	64 Gd 157.25	65 Tb 158.924	66 Dy 162.50	67 Ho 164.930	68 Er 167.26	69 Tm 168.934	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97
--------------------	---------------------	--------------------	-------------------	--------------------	--------------------	--------------------	---------------------	--------------------	---------------------	--------------------	---------------------	--------------------	--------------------

† Actinide Series

90 Th 232.038	91 Pa (231)	92 U 238.03	93 Np (237)	94 Pu (242)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (249)	99 Es (254)	100 Fm (253)	101 Md (256)	102 No (256)	103 Lr (257)
---------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

Koncentracja nośników w półprzewodniku

Elektrony:

$$n = \int_{E_c}^{\infty} N_C(E) f(E, T) dE$$

Dziury:

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} N_V(E) [1 - f(E, T)] dE$$

- Gęstość stanów (N_c i N_v)

Przybliżenie paraboliczne (swobodny elektron): $N(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2}$

Półprzewodniki – j.w., ale m zastępujemy m^* - masą efektywną

$$N_C(E) = \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_C} \quad , \quad (E > E_C)$$

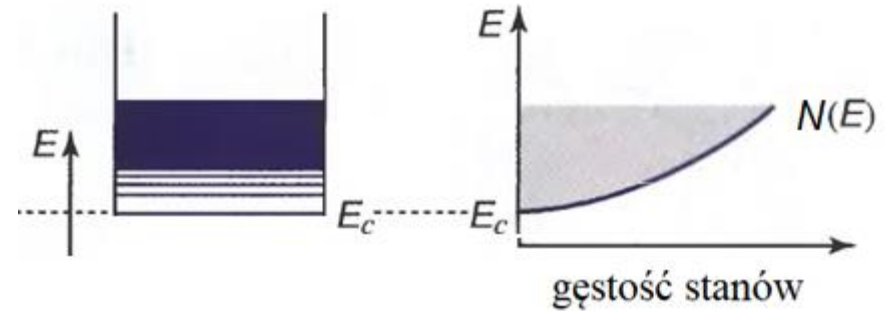
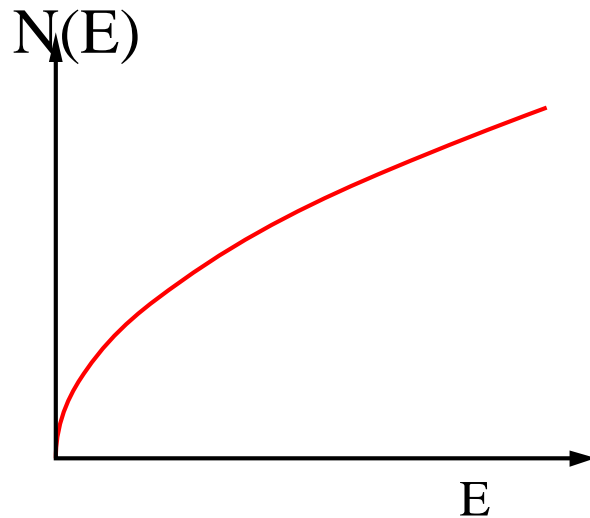
$$N_V(E) = \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E_V - E} \quad , \quad (E < E_V)$$

Gęstość stanów

Gęstość stanów $N(E)$ jest to liczba stanów energetycznych na jednostkę objętości, których energia zawarta jest w przedziale od E do $E+dE$ wynosi:

$$N(E)dE = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E} dE$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$
$$\hbar = h/2\pi$$



Funkcja rozkładu Fermiego-Diraca

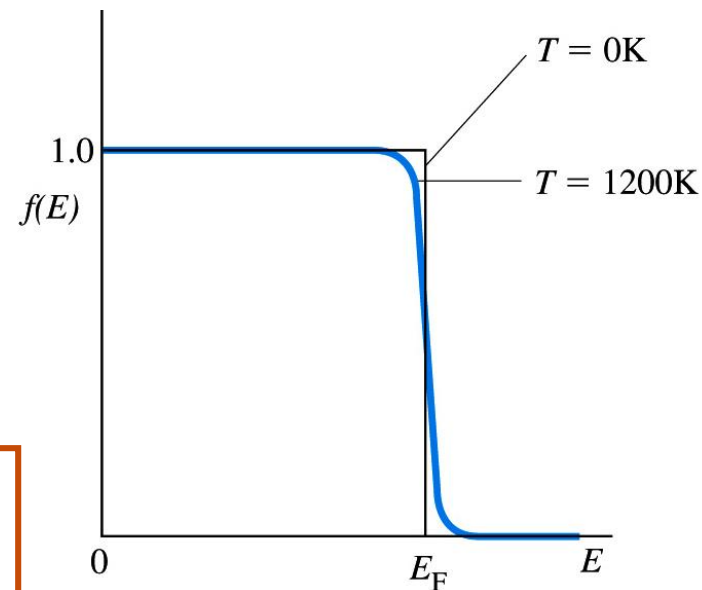
Elektrony są fermionami.

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu fermionem:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$\text{Dla } T = 0 \text{ K, } f(E) = \begin{cases} 1 & E < E_F \\ 0 & E > E_F \end{cases}$$



- W $T=0$ wypełnione są wszystkie stany o energiach poniżej E_F
- Dla dowolnej temperatury prawdopodobieństwo wypełnienia stanu o energii E_F wynosi 0.5:

$$f(E) = 0.5 \text{ dla } E = E_F$$

Koncentracja elektronów i dziur w stanie równowagi termodynamicznej w półprzewodniku niezdegenerowanym

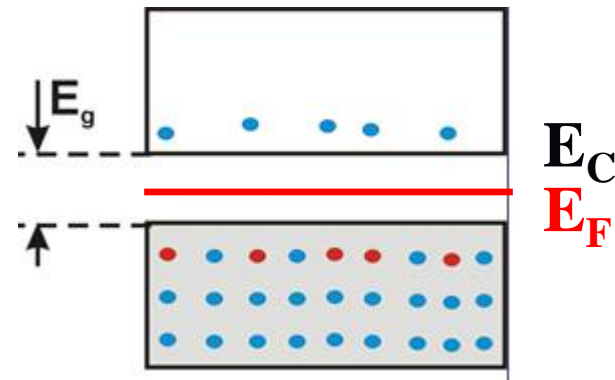
Koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa:

$$n_0 = \int_{E_C}^{\infty} f(E) N_C(E) dE$$

- kT (w 300K) = 0.025eV
- E_F znajduje się w połowie przerwy wzbronionej (w Si tj. 0.55eV)

$$\rightarrow E_C - E_F > kT$$

$$f(E_C) = \frac{1}{1 + e^{(E_C - E_F)/kT}} \approx e^{-(E_C - E_F)/kT} \quad (300K)$$



T=300K
półprzewodnik samoistny

Koncentracja nośników w półprzewodniku niezdegenerowanym

Dla półprzewodnika niezdegenerowanego $E - E_F \gg 2kT$ \rightarrow

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp [(E - E_F)/kT] + 1} \sim \exp \left(-\frac{E - E_F}{kT} \right) \ll 1$$

$$n = \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} e^{E_F/kT} \int_{E_C}^{\infty} \sqrt{E - E_C} \cdot e^{-E/kT} dE$$

Niech $X_C = (E - E_C)/kT$ \rightarrow

$$n = \frac{(2m_n^* kT)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \exp \left(-\frac{E_C - E_F}{kT} \right) \int_0^{\infty} X_C^{1/2} e^{-X_C} dX_C$$

$$\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \rightarrow$$

Efektywna gęstość stanów

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{E_C - E_F}{kT} \right) = N_{\text{eff}}^C \exp \left(-\frac{E_C - E_F}{kT} \right)$$

Koncentracja nośników w półprzewodniku niezdegenerowanym

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{E_C - E_F}{kT} \right) = N_{\text{eff}}^C \exp \left(-\frac{E_C - E_F}{kT} \right)$$

$$p = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_V - E_F}{kT} \right) = N_{\text{eff}}^V \exp \left(\frac{E_V - E_F}{kT} \right)$$

N_{eff}^C efektywna gęstość stanów na dnie pasma przewodnictwa

N_{eff}^V efektywna gęstość stanów przy wierzchołku pasma walencyjnego

Koncentracja elektronów i dziur w półprzewodniku

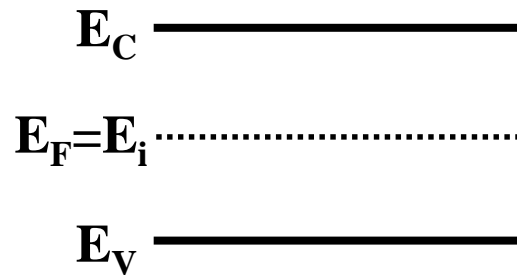
- $N(E) \sim \sqrt{E}$;
- $f(E)N(E)$ maleje istotnie dla $E > E_C$, więc mało elektronów zajmuje stany powyżej dna pasma przewodnictwa;
- wprowadza się *efektywną gęstość stanów* N_C (N_V): wszystkie stany zastępuje się stanami na dnie pasma przewodnictwa (u wierzchołka pasma walencyjnego);
- koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa (walencyjnym) = *efektywna gęstość stanów* N_C (N_V) \times *funkcja Fermiego-Diraca*.

Położenie poziomu Fermiego w półprzewodniku samoistnym

(uwaga: tu efektywną gęstość stanów
oznaczono N_c i N_v)

$$n_0 = N_c e^{-(E_C - E_F)/kT} = p_0 = N_v e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

$$E_F = E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c} = \frac{E_g}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}$$



półprzewodnik samoistny dla $T=0$ lub gdy $N_c=N_v$

Krzem $E_g=1.15\text{eV}$ $m_n^* = 0.2m_e$ i $m_p^* = 0.8m_e$ w 300K. Stąd:

$$E_i \approx \frac{E_g}{2} + 0.026\text{eV}$$

Koncentracja elektronów i dziur w stanie równowagi termodynamicznej

Równanie prawdziwe dla wszystkich półprzewodników:

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

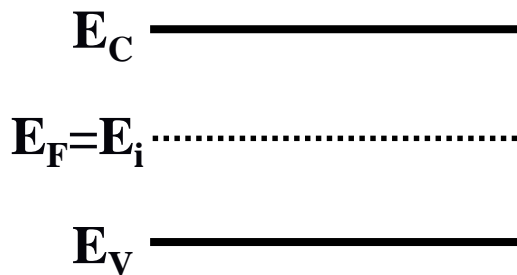
W półprzewodniku samoistnym koncentracja dziur jest równa koncentracji elektronów, więc

$$n_0 = p_0 = n_i$$

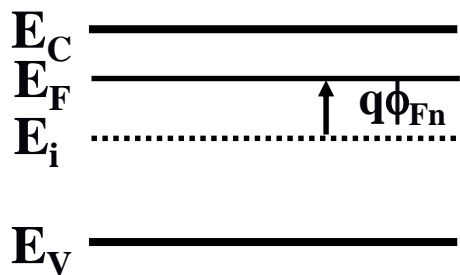
(uwaga: tu efektywną gęstość stanów oznaczono N_c i N_v)

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g / 2kT}$$

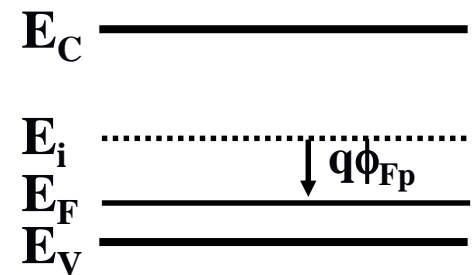
Koncentracja równowagowa nośników w półprzewodniku domieszkowanym



samoistny



n-typu



p-typu

Wpływ domieszkowania na poziom Fermiego E_F

n-typu: poziom Fermiego przesuwają się do góry

p-typu: poziom Fermiego przesuwają się w dół

$$n_0 = n_i e^{(E_F - E_i)/kT}$$

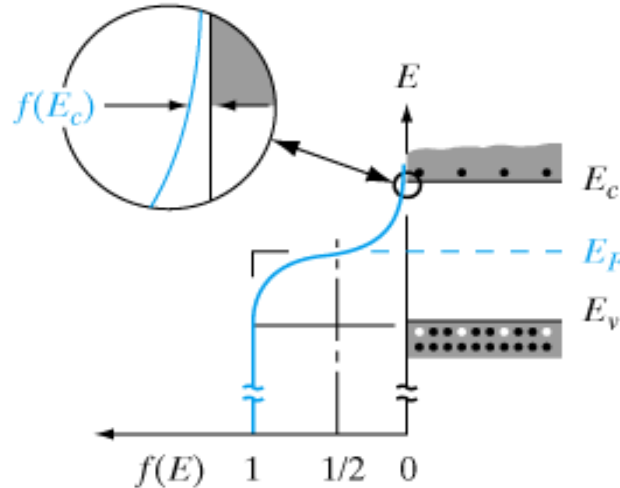
$$p_0 = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$$

$$q\phi_F = E_F - E_i$$

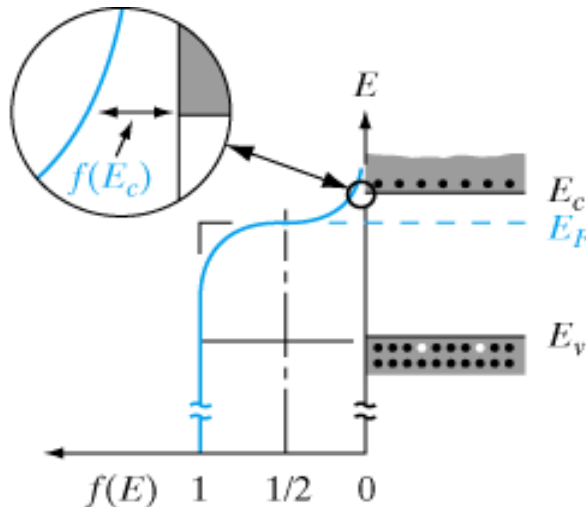
Poziom Fermiego i koncentracja równowagowa nośników w półprzewodnikach

Półprzewodnik samoistny

$$n_i = p_i$$

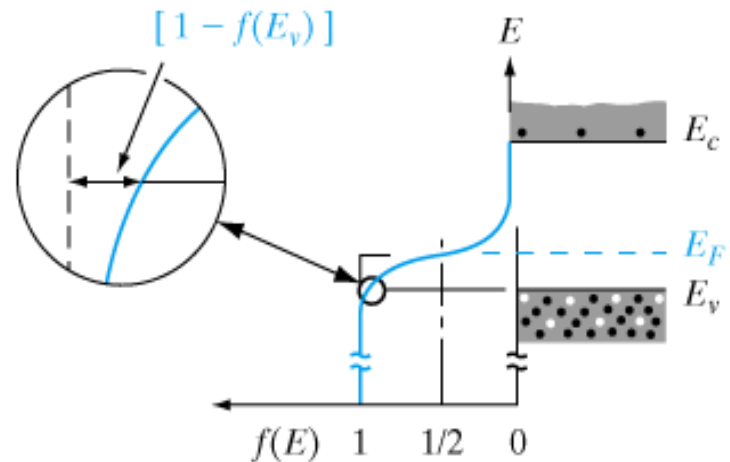


Półprzewodnik typu n



$$n_0 \gg p_0$$

Półprzewodnik typu p



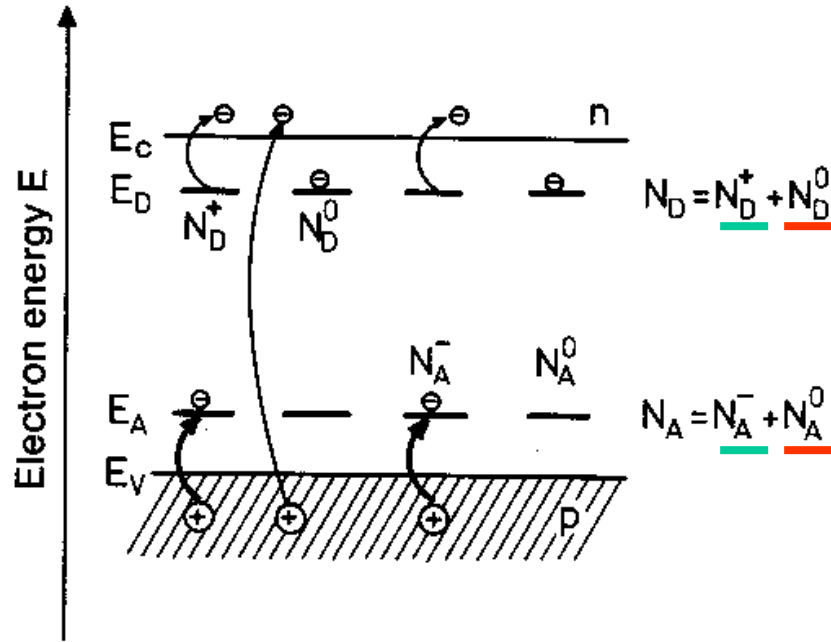
$$p_0 \gg n_0$$

Koncentr. nośników w półprzew. domieszkowanych.

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* k T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{E_C - E_F}{k T} \right) = N_{\text{eff}}^C \exp \left(-\frac{E_C - E_F}{k T} \right)$$

$$p = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* k T}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left(\frac{E_V - E_F}{k T} \right) = N_{\text{eff}}^V \exp \left(\frac{E_V - E_F}{k T} \right)$$

$$np = N_{\text{eff}}^C N_{\text{eff}}^V e^{-E_g/k T}$$



War. neutralności:

$$n + N_A^- = p + N_D^+$$

Konc. nośników w półprz. domieszk.

$$N_D = N_D^0 + N_D^+$$

Warunek
neutralności

$$n + N_A^- = p + N_D^+$$

$$N_A = N_A^0 + N_A^-$$

Donory obsadz. elektronami:

$$n_D = N_D^0 = N_D \{1 + \exp [(E_D - E_F)/k T]\}^{-1}$$

Akceptory obsadz. dziurami:

$$p_A = N_A^0 = N_A \{1 + \exp [(E_F - E_A)/k T]\}^{-1}$$

Czysty półprzewodnik typu n (p-podobnie)

$$n = N_{\text{eff}}^C e^{-(E_C - E_F)/k T} \quad N_D = N_D^0 + N_D^+$$

$$N_D^0 = N_D \{1 + \exp [(E_D - E_F)/k T]\}^{-1}$$

$$n + N_A^- = p + N_D^+ \quad = 0$$

$$n = N_D^+ + p$$

(tylko jeden typ domieszki)

Przybliżenie

$$N_D^+ \gg n_i$$

$$(np = n_i^2)$$



$$n \approx N_D^+ = N_D - N_D^0$$

Przykład: Si i niech $n = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

$$n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3} \text{ at } 300 \text{ K}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{2.25 \times 10^{20}}{10^{17}} = 2.25 \times 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$n \approx N_D^+ = N_D - N_D^0$$

$$N_D^0 = N_D \{1 + \exp [(E_D - E_F)/kT]\}^{-1}$$

$$n \approx N_D \left(1 - \frac{1}{1 + \exp [(E_D - E_F)/kT]} \right)$$

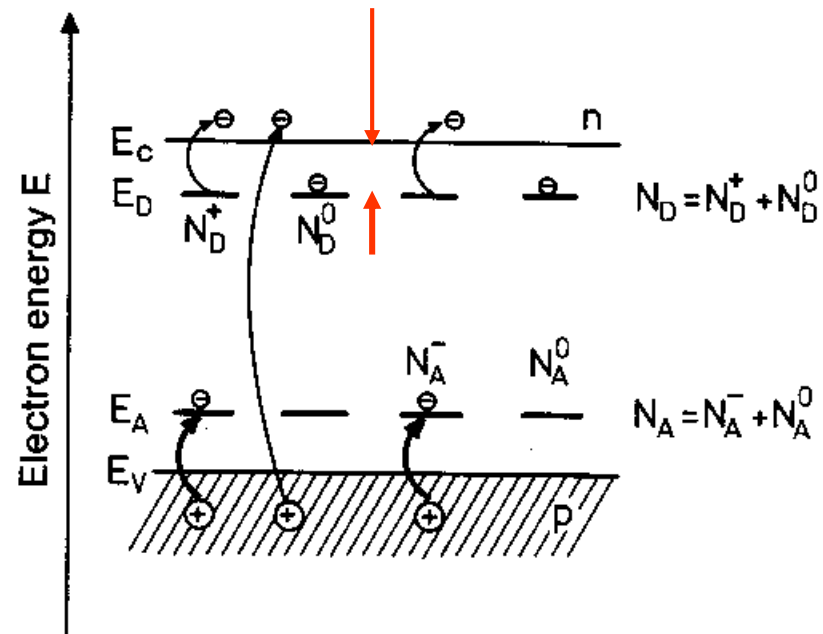
$$n = N_{\text{eff}}^C e^{-(E_C - E_F)/kT} \longrightarrow (n/N_{\text{eff}}^C) e^{E_C/kT} = e^{E_F/kT}$$

$$n \approx \frac{N_D}{1 + e^{E_d/kT} n/N_{\text{eff}}^C}$$

gdzie $E_d = E_C - E_D$

$$n + \frac{n^2}{N_{\text{eff}}^C} e^{E_d/kT} \approx N_D$$

$$n \approx 2N_D \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{N_D}{N_{\text{eff}}^C} e^{E_d/kT}} \right)^{-1}$$



Temperaturowa zależność koncentracji

$$n \approx 2N_D \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{N_D}{N_{\text{eff}}^C} e^{E_d/kT}} \right)^{-1}$$

I) Niskie temperatury

$$4(N_D/N_{\text{eff}}^C) e^{E_d/kT} \gg 1 \quad \longrightarrow \quad n \approx \sqrt{N_D N_{\text{eff}}^C} e^{-E_d/2kT}$$

wymrażanie nośników

II) Wysokie temperatury

$$4(N_D/N_{\text{eff}}^C) e^{E_d/kT} \ll 1 \quad \longrightarrow \quad n \approx N_D = \text{const}$$

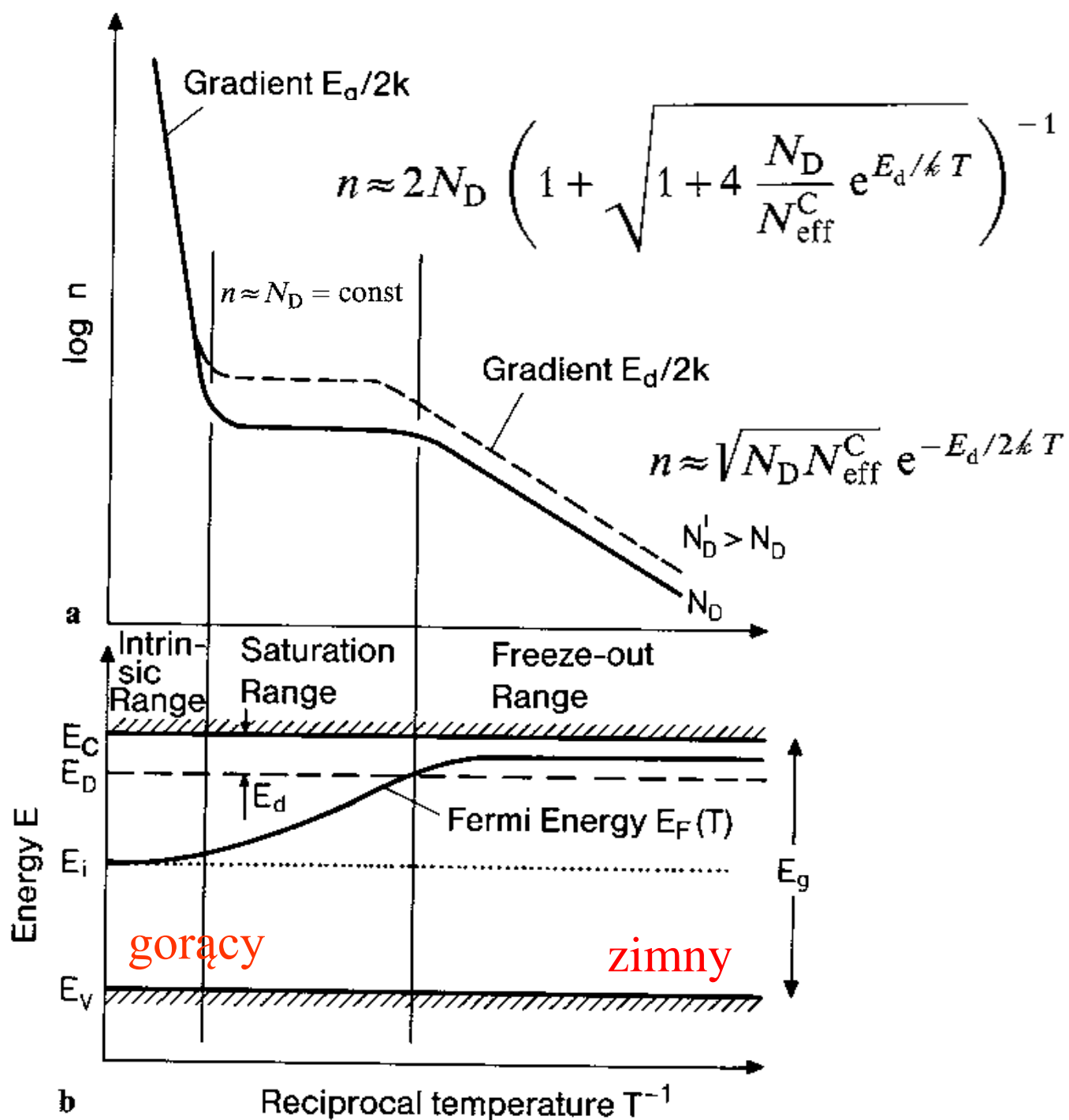
nasycenie

III) B. wysokie temp.

$$\longrightarrow \quad n \sim n_i$$

obszar samoistny

Koncentracja od temperatury



Zadania

1. Oblicz koncentrację elektronów i dziur oraz poziom Fermiego w Si w $T=300K$

a) domieszkowanym borem w ilości 10^{15} atomów/ cm^3

b) domieszkowanym borem w ilości $3 \cdot 10^{16}$ atomów/ cm^3 oraz arsenem w ilości $2.9 \cdot 10^{16}$ atomów/ cm^3 .

Załącz, że energia jonizacji poziomu akceptorowego związanego z domieszką boru w Si jest równa $0.045eV$ oraz, że koncentracja samoistna w Si jest równa $9.65 \cdot 10^9 cm^{-3}$

Odp. a) $p_p = 10^{15} cm^{-3}$, $n_p = 9.3 \cdot 10^4 cm^{-3}$, $E_F - E_V = 0.26eV$

b) Takie same odpowiedzi jak w a)

2. Koncentracja domieszki P w Si jest równa 10^{16} cm^{-3} . Poziom donorowy leży w odległości $E_D = 0.045 \text{ eV}$ od krawędzi pasma przewodnictwa. Znajdź stosunek koncentracji neutralnych donorów N_D^0 do koncentracji zjonizowanych donorów N_D^+ w temperaturze 77K. W tej temperaturze poziom Fermiego leży 0.0459 eV poniżej krawędzi pasma przewodnictwa.

Odp. $\frac{N_D^0}{N_D^+} = 0.876$